



Zašto nam je danas potrebna teorija relativnosti ?

Prof. dr.Mladen Martinis

Zagreb 2009.

Sadržaj

Uvod	
1. Princip relativnosti	4
2. Klasična ili svakodnevna teorija relativnost	5
3. Specijalna teorija relativnost	8
4. Opća teorija relativnost	13
5. Primjene teorije relativnosti	16
- u znanosti	
- u svakodnevnicima, GPS	
6. Zaključak	20
7. Literatura	20

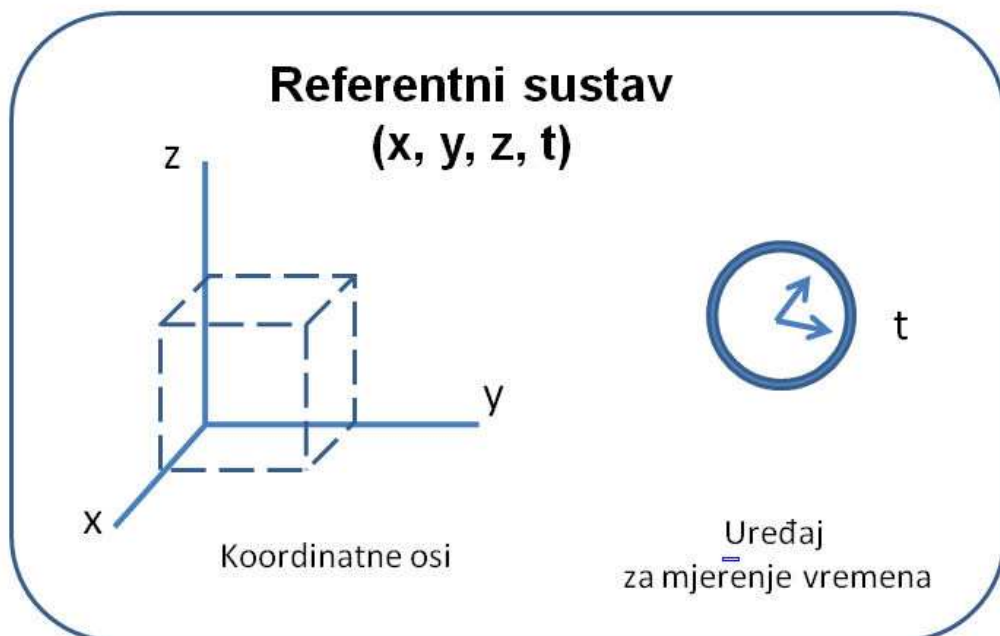
Uvod

Danas se Albert Einstein smatra utemeljiteljem teorije relativnosti, specijalne (1905.) i opće (1915.) koje su zamijenile postojeću klasičnu relativnost Galileja i Newtona te radikalno promijenile naše predodžbe o strukturi prostora i vremena kao danim, nepromijenjenim i vječnim (apsolutnim) tvorevinama. Pojmovi kao što su skraćivanje duljine pokretnog štapa, usporavanje hoda pokretne ure, usporavanje hoda ure u gravitacijskom polju ili zakrivljenost prostora i vremena u blizini masivnih nebeskih tijela, posve su strani našem svakodnevnom iskustvu. Ljudi se stoga s pravom pitaju zašto nam danas treba teorija relativnosti kada su njezini efekti u svakodnevnici zanemarivo mali. Odgovor na ovo pitanje treba dati ova kratka brošura o teoriji relativnosti i njezinoj važnosti u primjenama. Današnja moderna znanost, koja nam daje odgovore na neka temeljna pitanja o strukturi i djelovanju prirodnih zakona na mikro i makro razini, s cjelokupnom tehnološkom nadgradnjom, nije zamisliva bez teorije relativnosti. Cilj ove brošure je dati osnovne odrednice klasične, specijalne i opće teorije relativnosti kroz posljedice koje one predviđaju. Eksperimentalne potvrde tih predviđanja su od velike važnosti za primjenu. Posebno ćemo se osvrnuti na nužnost korištenja teorije relativnosti (specijalne i opće) za precizno određivanje položaja na površini Zemlje pomoću sustava orbitalnih satelita – GPS.

Na kraju ove brošure navedena je, na hrvatskom jeziku dostupna, literatura koja upotpunjuje pojedina poglavlja u brošuri.

1. Princip relativnosti

Pojam relativnosti gibanja je prvi sustavno definirao Albert Einstein i uveo ga u znanstvenu terminologiju. Neosporna je činjenica, koju je još Heraklit u petom stoljeću prije Krista ovjekovječio riječima "*panta rei*" ili sve se kreće, da su sva tijela koja nas okružuju u nekom stanju relativnog odnosno prividnog kretanja ili mirovanja. Ta prividnost ovisi o stanju gibanja samog promatrača. Apsolutno kretanje odnosno mirovanje nije moguće ustanoviti. Zbog relativnosti gibanja, različitim promatračima kretanje nekog tijela može izgledati različito. Da bi se gibanja mogla opisati i uzročno povezati potrebno je svakom promatraču pridružiti njegov *referentni sustav*, koji mu omogućuje da događaje smjesti u prostor i vrijeme, mjerenjem njihovih prostornih položaja i udaljenosti i vremenskih intervala među događanjima. Svaki *referentni sustav* koristi koordinatne osi x , y , z za određivanje položaja tijela i udaljenosti među tijelima, te uređaj za mjerenje vremenskih intervala (uru, atomski sat, ...):



Slika 1. Referentni sustav

Smatra se da svi promatrači koriste istovjetne mjerne uređaje i mjerne jedinice koji im omogućuju međusobnu usporedbu rezultata njihovih mjerenja.

Gibanje promatrača može biti različito pa ih dijelimo na *inercijske* (gibanje je jednoliko po pravcu) i *neinercijske* (gibanje je ubrzano, usporeno ili krivudavo) promatrače. Pridruženi referentni sustavi su tada *inercijski* i *neinercijski* sustav. Da li je moguće naći *standardni inercijski sustav* mirovanja, u odnosu na koji se utvrđuje inercijalnost ostalih sustava? Zbog gravitacije i rotacionog gibanja koji prožimaju cijeli svemirski prostor, njegovo postojanje nije moguće točno utvrditi nego samo približno, npr., svemirsko pozadinsko mikrovalno zračenje, galaktike, zvijezde stajačice, sunčev sustav ili Zemlja. Odabir ovisi o vrsti razmatranog problema i traženoj točnosti mjerenja.

Princip relativnosti. Da bi promatrači mogli međusobno smisleno komunicirati, Einstein uvodi kriterij međusobne ravnopravnosti referentnih sustava obzirom na njihovo stanje gibanja – *princip relativnosti*, prema kojemu svi prirodni zakoni moraju u njima imati **isti oblik**.

Komunikacija između ravnopravnih promatrača ostvaruje se putem određene koordinatne povezanosti (transformacije):

$$(x_A, y_A, z_A, t_A) \leftrightarrow (x_B, y_B, z_B, t_B)$$

između sustave A i B.

2. Klasična ili svakodnevna teorija relativnost

Relativnost koju koristimo u svakodnevnim aktivnostima, iako možda toga nismo ni svjesni, je relativnost koja Newtonove zakone mehaničkog gibanja uzima kao kriterij za međusobnu ravnopravnost referentnih sustava (promatrača). Oblik Newtonovih zakona čuvaju samo *inercijski sustavi* koji tako postaju privilegirani sustavi a mirovanje i jednoliko gibanje relativno (ekvivalentno). Međusobna povezanost inercijskih sustava koji čuvaju oblik Newtonovih zakona mehaničkog gibanja ostvaruje se Galilejevim koordinatnim transformacijama. Pokažimo to na

primjeru dva inercijska sustava u relativnom gibanju sa promatračima S i S' (slika 2.) koji promatraju kretanje lopte i komentiraju svoja opažanja, svaki sa stanovišta svojega inercijskog sustava. Oni koriste iste mjerne uređaje i mjerne jedinice, metar i sekundu. Njihova relativna brzina je $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{S'} - \mathbf{v}_S = \text{konstanta}$:

Za promatrača S, lopta se u času t nalazi u točki x i ima brzinu $u = x/t$

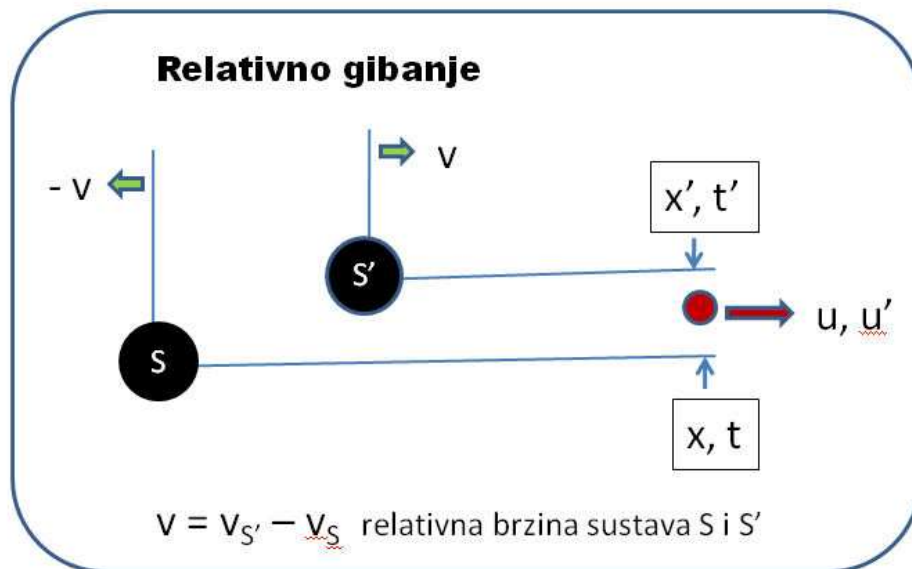
Za promatrača S', lopta se u času t' nalazi u točki x' i ima brzinu $u' = x'/t'$.

Promatrači S i S' komentiraju međusobna opažanja:

$$S: \quad x' = \gamma(x - vt)$$

$$S': \quad x = \gamma'(x' + vt')$$

gdje faktori γ i γ' ovise o mogućnosti međusobne sinkronizacije inercijskih satova u S i S' - problem sličan problemu međusobne sinkronizacije satova na



U Slika 2. Relativno gibanje

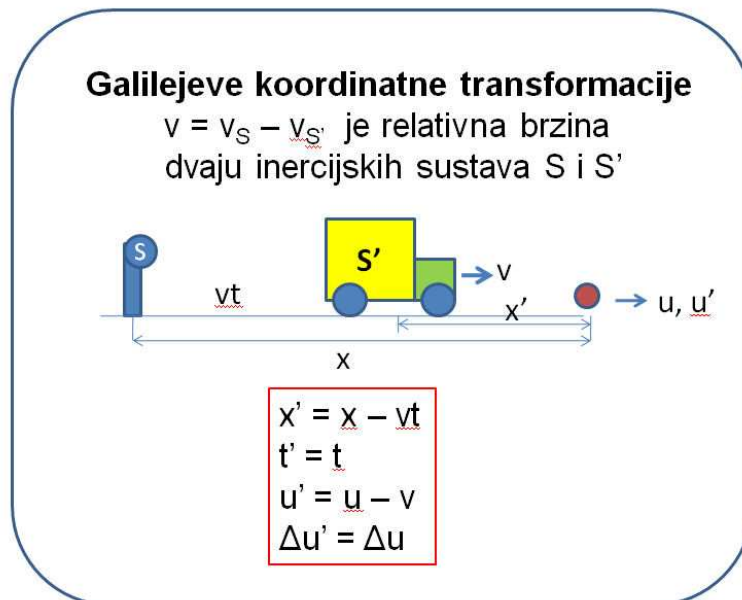
brodovima u magli pomoću zvuka. Međusobna ravnopravnost inercijskih sustava znači da je $\gamma' = \gamma$. Ova jednakost γ -faktora omogućuje nalaženje koordinatne povezanosti sustava S i S' u obliku:

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \gamma[t - (1 - 1/\gamma^2)(x/v)]$$

$$u' = x'/t' = (u - v)/[1 - (1 - 1/\gamma^2)(u/v)].$$

okviru klasične Galilejeve relativnosti da se apsolutno mirovanje i jednoliko gibanje po pravcu ne mogu razlikovati, međusobna sinkronizacija inercijskih satova je uvijek moguća pomoću beskonačno brzih signala. U tom slučaju je vrijeme isto (apsolutno), $t' = t$ za sve inercijske promatrače i γ mora biti jednak jedinici, $\gamma = 1$. Koordinatne transformacije u kojima je $\gamma = 1$ nazivaju se *Galilejeve koordinatne transformacije*:



Slika 3. Galilejeve transformacije

Posljedice. Posljedice, koje predviđa klasična teorija relativnost i Galilejeve transformacije, prihvaćaju se u svakodnevnom životu kao nešto sasvim normalno i razumljivo. Tako na primjer, ne očekujemo da će duljina štapa ovisiti o tome kojom se jednolikom brzinom kreće ili koji ga inercijski promatrač mjeri. Duljina štapa je uvijek ista (apsolutna), $l' = l$ za sve inercijske promatrače. Slično vrijedi i za vremenske intervale, $\Delta t' = \Delta t$, čije trajanje ne ovisi o tome koji ga inercijski promatrač mjeri. Newtonova ideja o apsolutnom prostoru i vremenu kao da se ovim opažanjima samo potvrđuje.

Istodobnost (istovremenost, simultanost). Zbog apsolutnosti vremena, utvrđivanje istodobnosti dvaju ili više događaja je uvijek moguće između inercijskih sustava. Ako su događaji A i B istovremeni u jednom inercijskom sustavu onda su oni istovremeni i u svakom drugom inercijskom sustavu :

$$t_{AB} = t_B - t_A = t_{AB}' = t_{AB}'' = \dots = 0$$

Zbrajanje brzina. Brzine tijela zadovoljavaju vektorsko pravilo zbrajanja:

$$\mathbf{u}_{AB} = \mathbf{u}_B - \mathbf{u}_A = \mathbf{u}'_{AB}$$

i nisu ograničene po veličini.

Apsolutnost ubrzanja. Ubrzanje (akceleracija) nekog tijela: $\mathbf{a} = \Delta\mathbf{u}/\Delta t$ ima apsolutni karakter za sve inercijske promatrače, jer je $\mathbf{a}' = \mathbf{a}$. To znači da će Newtonovi zakoni gibanja imati **isti oblik** u svim inercijskim sustavima, ako dodatno zahtijevamo da masa tijela ima apsolutni karakter: $m' = m$, a sila trenutnom ($t_2 = t_1$, djelovanje na daljinu) ovisi o relativnom položaju dva tijela ($\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$) i njihovoj relativnoj brzini ($\mathbf{u}_{12} = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1$), dakle ako su II. i III. Newtonov zakon gibanja oblika:

$$m_1\mathbf{a}_1 = \mathbf{F}_{21}(\mathbf{r}_{12}, \mathbf{u}_{12}, t) = -\mathbf{F}_{12}(\mathbf{r}_{21}, \mathbf{u}_{21}, t) = -m_2\mathbf{a}_2$$

3. Specijalna teorija relativnosti

Sve do kraja 19. stoljeća vjerovalo se da Newtonovi zakoni gibanja i ideja o apsolutnom prostoru i vremenu čine temeljni okvir za potpuno razumijevanje gibanja materijalnih tijela. Međutim pojavom Maxwellove teorije (1862) ujedinjenja svih električnih, magnetskih i svjetlosnih pojava u jednu jedinstvenu teoriju elektromagnetizma narušeno je to idilično stanje stvari. Proučavajući elektrodinamiku tijela u kretanju, Einstein je na primjeru asimetrične interpretacije pojave inducirane struje prilikom relativnog gibanja magneta i vodiča ukazao na nesklad između Maxwellove teorije i Newtonove ideje o apsolutnom prostoru i vremenu te načinu prostiranja svjetlosti kao vala kroz prazan prostor. Za

Einsteina je pojava električnog odnosno magnetskog polja u vodiču posljedica promatranja djelovanja elektromagnetskog polja iz dva različita inercijska sustava. Stoga se zakoni elektromagnetizma prema Einsteinu moraju uključiti u princip relativnosti i biti neovisni o izboru inercijskog promatrača.

Koristeći se eksperimentalnim rezultatima i fizikalnim argumentima Lorentza i drugih, Einstein (1905) predlaže radikalnu preinaku postojećih pojmova o prostoru i vremenu a time i samih Newtonovih jednadžbi gibanja.

Dva su načela, prema kojima se prostor i vrijeme, te materija i energija trebaju međusobno povezivati. Oni danas čine temelj Einsteinove *specijalne teorije relativnosti* (naziv potječe od Plancka, 1907):

1. Princip relativnosti

Maxwellove jednadžbe elektromagnetizma imaju **isti** oblik u svim inercijskim sustavima. Newtonove jednadžbe gibanja se moraju modificirati → relativistička dinamika.

2. Konstantnost brzine svjetlosti

Brzina svjetlosti u praznom prostoru ista je za sve inercijske promatrače, po smjeru i iznosu.

Očito je da se inercijski sustavi u kojima vrijede Maxwellove jednadžbe elektromagnetizma ne mogu međusobno povezati Galilejevim koordinatnim transformacijama, jer one ne osiguravaju konstantnost brzine svjetlosti.

U našem primjeru dva inercijska sustava u relativnom gibanju (slika 2.), konstantnost brzine svjetlosti, $c' = c$ može se osigurati ako je

$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}.$$

Realnost γ - faktora ne dozvoljava da brzine sustava ili tijela budu veće od brzine svjetlosti, $c = 3 \times 10^8$ m/s.

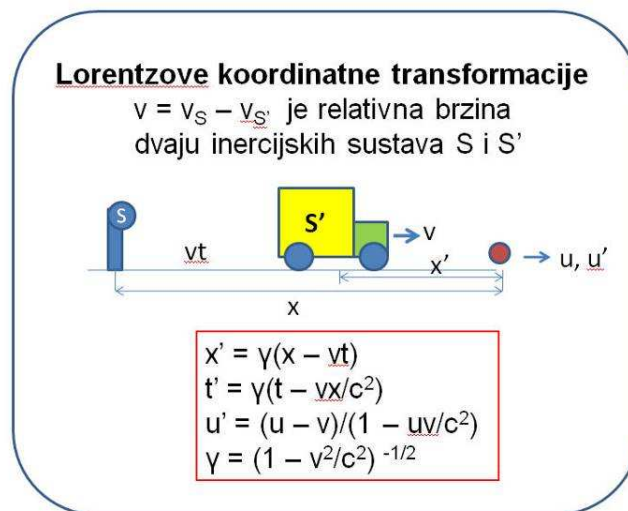
Koordinatne transformacije sa takovim γ nazivaju se *Lorentzove transformacije*. Njih je Lorentz djelomično uveo već 1895. a kompletirao 1904.:

Posljedice. Budući da specijalna teorija relativnosti predviđa pojave koje nisu dio našeg svakodnevnog iskustva, ljudi ih teško prihvaćaju kao nužnost. Međutim, pri

velikim brzinama aviona, raketa ili satelita, te posebno čestica koje se susreću u fizici elementarnih čestica, u astročestičnoj fizici ili u kozmologiji, te se pojave mogu direktno mjeriti potvrđujući osnovne postavke specijalne teorije relativnosti. Brzine kretanja tijela u svakodnevnom životu su male u odnosu na brzinu svjetlosti ($c = 3 \times 10^8$ m/s), pa je klasična relativnost sasvim dovoljna za razumijevanje dnevnih pojava, jer je $\gamma \approx \gamma_{\text{Galilej}} = 1$, ako je $v \ll c$.

Konstantnost brzine svjetlosti glavni je uzrok neobičnih pojava.

Sinkronizacija satova. Sinkronizacija satova unutar pojedinog inercijskog sustava nije problem. Dovoljno je da glavni sat sustava pošalje svima svjetlosni signal u času t . Svi satovi na udaljenosti d od glavnog sata su tada sinkronizirani ako pokazuju vrijeme: $t + d/c$. Udaljenost od glavnog sata se može odrediti mjerenjem vremena ($\Delta t = t_{\text{tamo}} + t_{\text{nazad}}$) odzivnog signala: $2d = c\Delta t$.



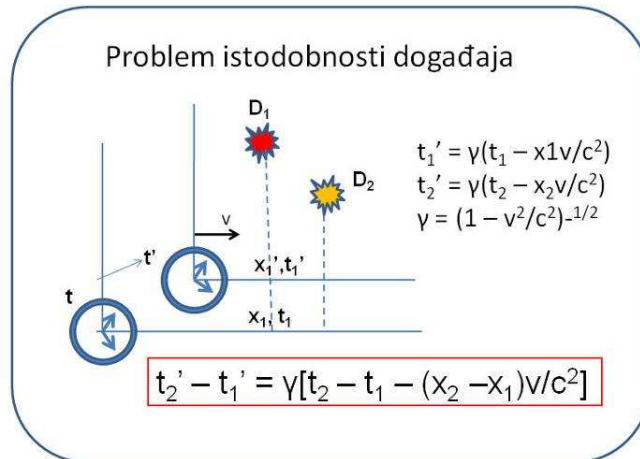
Slika 4. Lorentzove transformacije

Problem nastaje pri pokušaju međusobne sinkronizacije satova različitih inercijskih sustava. Za Einsteina je to problem utvrđivanja istovremenosti dva ili više prostorno odvojenih događaja. Događaji koji su istovremeni (istodobni) u jednom inercijskom sustavu nisu više istodobni u drugom sustavu ako su prostorno razmaknuti. Tako npr., ako su događaji D_1 i D_2 na slici 5. istodobni za promatrača S, tj $t_2 = t_1$ tada oni nisu više istodobni za promatrača S' niti za bilo kojeg drugog inercijskog promatrača S'', S''', ... ako je $x_2 \neq x_1$:

$$t_2' - t_1' = -\gamma (x_2 - x_1)v/c^2 \neq 0 \text{ i}$$

$$t_2'' - t_1'' \neq 0$$

.....



Slika 5. Problem istodobnosti

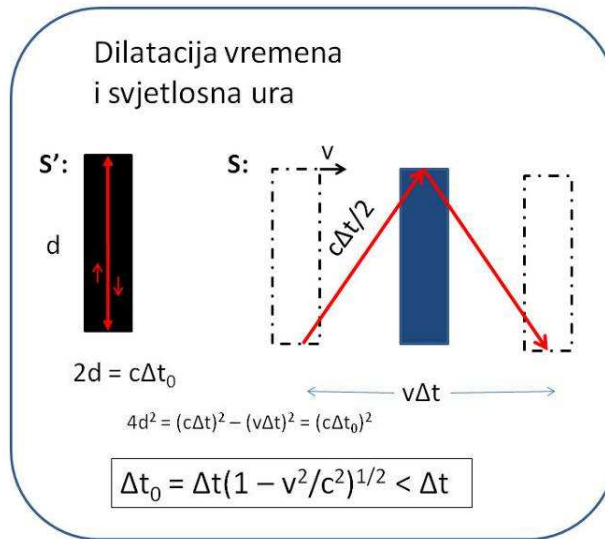
Dvije su značajne posljedice narušenja istodobnosti u specijalnoj teoriji relativnosti: *dilatacija vremena* i *kontrakcija dužine*.

Na primjeru svjetlosne ure (slika 6) vidi se kako relativnost vremenskog intervala ovisi o stanju gibanja inercijskog promatrača. Najkraći vremenski interval, tzv. *vlastito vrijeme* Δt_0 , pokazuje sat koji miruje.

Danas je već sasvim uobičajeno u građevinarstvu i znanosti koristiti laserski metar za mjerenje udaljenosti između objekata. Na primjer udaljenost između Zemlje i Mjeseca.

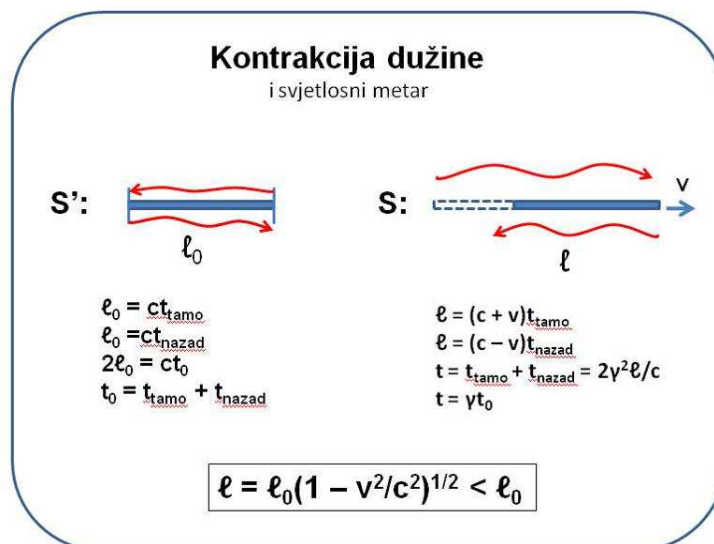
Kako ta mjerenja ovise o gibanju inercijskog promatrača, pokazuje slika 7., gdje se duljina štapa u sustavu S', mjeri iz sustava S.

Duljina štapa je najveća u sustavu u kojem miruje. Ona se tada označava sa l_0 i naziva *vlastita duljina* štapa. Svi ostali inercijski promatrači mjere manju duljinu. Duljina štapa postaje relativni pojam ovisan o stanju gibanja inercijskog promatrača.



Slika 6. Dilatacija vremena

Specijalna teorija relativnosti zamjenjuje klasične pojmove o apsolutnim prostornim i vremenskim intervalima sa relativnim intervalima, koji ovise o stanju gibanja inercijskog promatrača. Odmah primjećujemo da trenutno djelovanje Newtonove sile na daljinu nije u skladu sa relativnošću prostornih i vremenskih intervala.



Slika 7. Kontrakcija dužine

Sažetak ostalih posljedica specijalne teorije relativnosti važnih za primjenu nalaze se u dolje priloženoj slici 8.

Specijalna teorija relativnosti
- posljedice

Dilatacija vremena: $\Delta t = \gamma \Delta t_0$
Kontrakcija duljine: $\ell_0 = \gamma \ell$
Zbrajanje brzina: $u_{12} = (u_1 - u_2)/(1 - u_1 u_2/c^2)$
Problem istodobnosti: $t'_{AB} = \gamma(t_{AB} - vx_{AB}/c^2)$
Ekvivalentnost mase i energije: $E_0 = m_0 c^2$, $E = \gamma E_0$
 Δt_0 je vlastito vrijeme sata koji miruje
 ℓ_0 je vlastita duljina štapa koji miruje
 m_0 je masa koja miruje
 $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$

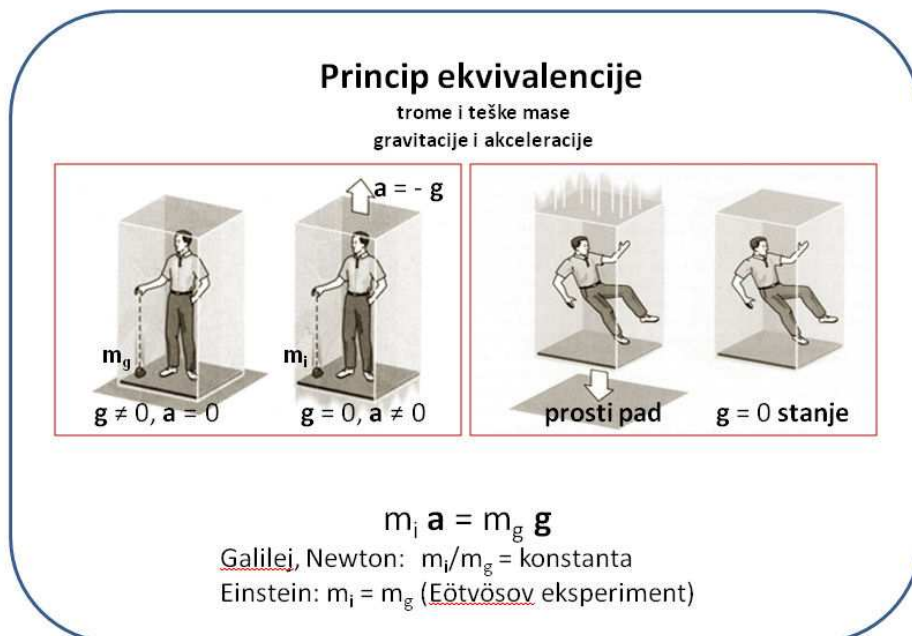
Slika 8. Posljedice specijalne teorije relativnosti

4. Opća teorija relativnosti

Vrlo brzo nakon objavljivanja (1905) specijalne teorije relativnosti, Einstein se počeo intenzivno baviti njezinim poopćenjem koje bi uključilo akcelerirane (neinercijske) sustave i gravitaciju. U pokušaju da prilagodi Newtonovu gravitaciju specijalnoj teoriji relativnosti, Einstein je već 1907 primijetio da je postojanje gravitacije relativno jer ovisi o tome da li je promatrač u slobodnom padu ili ne. Nametnulo se očigledno pitanje: zašto bi samo inercijski sustavi trebali biti privilegirani u prikazu prirodnih zakona ako su sva gibanja u prirodi ravnopravna. Tako se rodila ideja *opće teorije relativnosti*, prema kojoj bi svi prirodni zakoni i zakoni fizike trebali imati **isti oblik** za sve promatrače i sustave

referencije, bez obzira na njihovo stanje gibanja. Einsteinu je trebalo punih osam godina (1907-1915) da opću teoriju relativnosti dovede u konačni oblik danas poznatih kao Einsteinove jednačbe polja.

Uključivanjem akceleriranih sustava u opću relativnost značilo je pozabaviti se sa Newtonovom teorijom gravitacije koja se nikako nije uklapala u specijalnu teoriju relativnosti. Poznato je još iz klasične mehanike, da se u akceleriranim sustavima Newtonovi zakoni gibanja moraju nadopuniti prividnim *inercijskim silama*: translacijskog i rotacionog gibanja sustava kao što su centrifugalna i Coriolisova sila. Njihovu prisutnost možemo lako zamijetiti pri vožnji automobilom, tramvajem ili vlakom.



Slika 9. Einsteinov princip ekvivalencije

Newtonov univerzalni zakon gravitacije uvodi i pojam *teške* (gravitacijske) mase za razliku od *trome* (inercijske mase iz II. Newtonovog zakona gibanja):

$$m_i \mathbf{a} = m_g \mathbf{g}$$

gdje \mathbf{g} označuje gravitacijsko polje Zemlje. Mjerenja jednakosti (ekvivalencije) tih dviju masa počinju sa Galilejem (Pisa), Newtonom (njihalo), Eötvösom (torziona vaga) do danas potvrđujući njihovu jednakost do na $(m_g/m_i) - 1 \approx 10^{-13}$ Einstein tu jednakost postulira i daje joj status *principa ekvivalencije* koji

omogućuje lokalnu *ekvivalentnost gravitacije i akceleracije* i mogućnost lokalnog poništavanja gravitacije slobodnim padom kroz gravitacijsko polje (slika 9.).

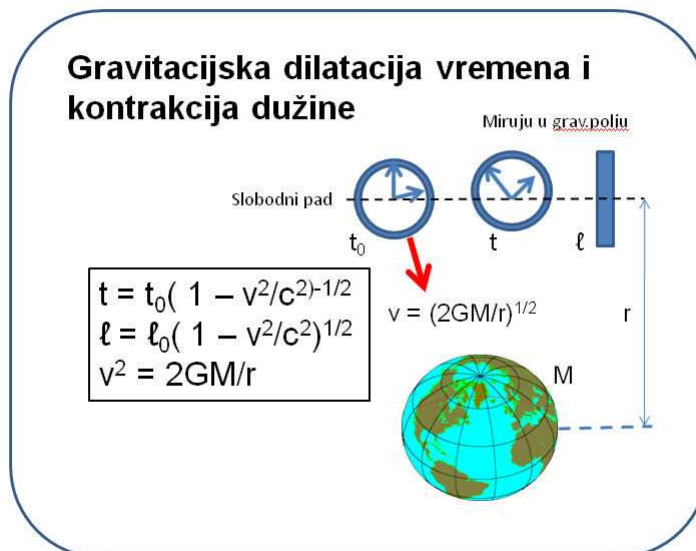
Dva principa čine temelj Einsteinove opće teorije relativnosti :

1. Princip opće relativnosti

Fizikalni zakoni imaju **isti oblik** u svim sustavima referencije bez obzira na njihovo stanje gibanja.

2. Princip ekvivalencije

Gravitacija i akceleracija su lokalno potpuno ekvivalentni.



Slika 10. Gravitacijska dilatacija vremena i kontrakcija dužine

Einstein je punih osam godina (od 1907. do 1914.) tražio odgovarajuću koordinatnu transformaciju koja bi povezivala prostorno-vremenske koordinate različitih sustava referencije i zadovoljavala princip opće relativnosti. Primijetio je da spoj akceleracije i lokalne specijalne relativnosti nužno vodi na koncept zakrivljenog prostor-vremena u kojem je prostorno-vremenski interval očuvan kao u specijalnoj relativnosti.

Posljedice i predviđanja. Neposredne posljedice principa ekvivalencije akceleracije i gravitacije su:

- dilatacija vremena u gravitacijskom polju (slika 10.)
- gravitacijski crveni pomak (slika 10.)

- kontrakcija dužine u gravitacijskom polju (slika 10.)
- otklon svjetlosti u gravitacijskom polju

Einsteinove jednačbe opće relativnosti, u kojima je gravitaciono polje metrika prostor-vremena, u posebnim slučajevima predviđaju:

- precesiju perihela planeta
- postojanje gravitacijskih valova
- postojanje crnih rupa

5. Primjena teorije relativnosti

- Primjena u znanosti

Prošlo je više od sto godina od pojave Einsteinove specijalne teorije relativnosti. Sva predviđanja u optici, atomskoj, nuklearnoj i subatomske fizici testirana su sa velikom preciznošću u laboratorijskim i svemirskim uvjetima. Opća teorija relativnosti, čija stota obljetnica tek dolazi, testirana je prvo u Sunčevu sustavu, posebno predviđanja koja slijede iz principa ekvivalencije. Neka predviđanja kao što su gravitacijski valovi i crne rupe još su u fazi analiziranja opažanih podataka. Osim toga naše današnje razumijevanje svemira temelji se na Einsteinovoj općoj teoriji relativnosti, iako ima pokušaja da se teorija proširi sa kvantnim sadržajima. Opaženo je da brojni relativistički efekti vezani za mjerenje vremena imaju važnu ulogu u sustavu globalnog pozicioniranja i navođenja GPS koji koriste milioni ljudi u vozilima ili u prirodi da točno odrede svoj položaj, brzinu ili smjer kretanja. GPS je, na neki način, realizacija Einsteinovog pogleda na strukturu prostora i vremena, jer GPS ne može pouzdano raditi bez uzimanja teorije relativnosti u obzir.

- Primjena u svakodnevnicima-GPS

Iako nam je teorija relativnosti nužna za razumijevanje temeljnih procesa u prirodi, mnoge svakodnevne aktivnosti koje se oslanjaju na preciznom utvrđivanju položaja i vremena također ne mogu bez nje.

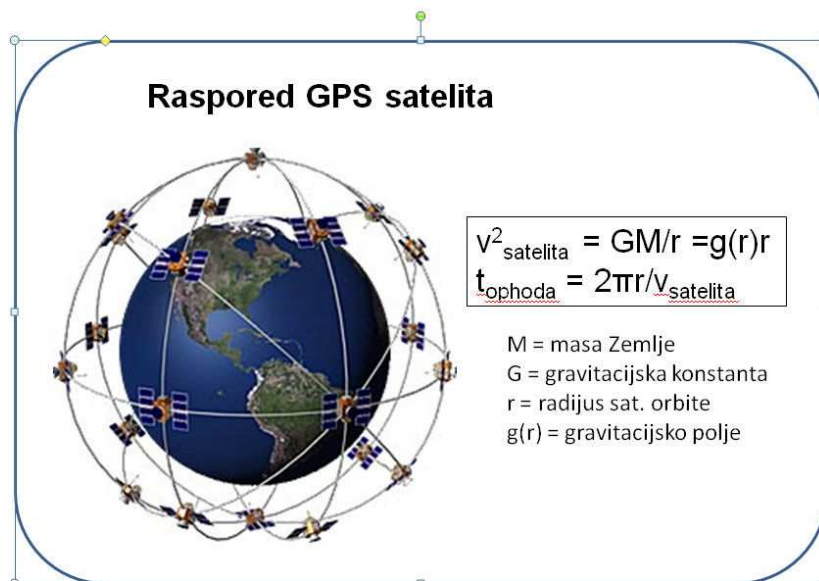
GPS je primjer svakodnevne važnosti teorije relativnosti koji koristi dnevno više od milijun ljudi. Prva upotreba GPS-a bila je vojne svrhe.

GPS se sastoji od tri međusobno povezana dijela:

- a) satelitske mreže
- b) kontrolnih stanica na Zemlji
- c) korisnika GPS-prijemnika

Svi dijelovi sustava moraju besprijekorno raditi da bi se položaj, brzina i smjer kretanja nekog GPS-prijemnika mogli što točnije odrediti.

Satelitska mreža sastoji se od 24 umrežena satelita i 4 pričuvna. Oni stalno kruže oko Zemlje u približno kružnoj putanji (slika 11.),



Slika 11. Raspored GPS satelita


na visini od 20.000 km , brzinom oko 16.000 km/h sa ophodnim vremenom (periodom) oko 12h. Sateliti neprestano šalju kodirani radio signal o svojim trenutnim položajima i točnom vremenu emitiranja . Satelitske staze (orbite) su smještene u šest različitih ravnina nagnutih 55° prema ekvatorijalnoj ravnini. Ta raspodjela omogućuje , da se u svakom trenutku, iz svake točke zemljine površine uvijek "vide" iznad horizonta barem 4 satelita, najviše 12 a obično 6 –

8. U svakom se satelitu nalazi *atomska sat* koji očitava točno vrijeme s preciznošću od 1 ns. GPS-prijemnici, na temelju informacija o trenutnim položajima "vidljivih" satelita, barem 3, izračunavaju svoje točne položaje. Točnost određivanja položaja kreće se unutar 5 – 10 m. Usporedbom podataka susjednih GPS-prijemnika može se točnost položaja utvrditi do na manje od centimetar.

Kontrola rada GPS satelita. Na točnost određivanja položaja GPS-prijemnika jako utječe kvaliteta satelitskog signala. Niz faktora doprinosi kvarenju izravnog signala(slika 12):

Izvori grešaka kod GPS lociranja

Izvor	Greška
Satelitske ure:	< 1 do 3.6 m
Orbitalne greške:	< 1 m
Ionosfera:	5.0 do 7.0 m
Troposfera:	0.5 do 0.7 m
Elektromagnetska polja:	nepredvidiva
Šum u GPS-prijemniku:	0.3 do 1.5 m
Višestruke refleksije:	nepredvidiva
Selektivna dostupnost:	0 do 100 m
Greška korisnika:	do km ili više

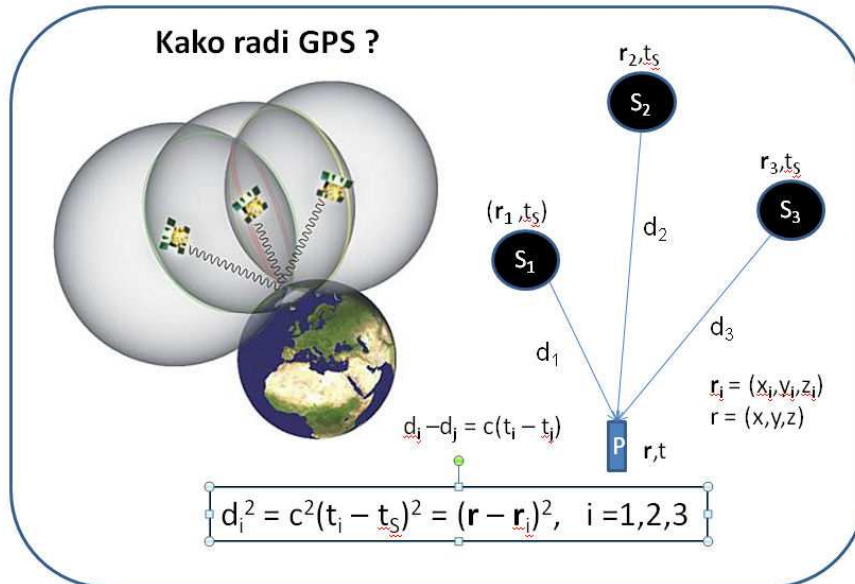
 **Greške su kumulativne!**

Slika 12. Izvori grešaka kod GPS lociranja

Da bi se pogreške umanjile, uveden je sustav nepokretnih kontrolnih stanica na Zemlji s zadatkom da kontroliraju rad GPS-satelita, odnosno da upravljaju njima prateći ih i dajući im ispravljene podatke o njihovom stvarnom položaju i vremenu. Postoji pet, širom svijeta raspoređenih kontrolnih stanica, koje neprekidno primaju podatke od satelita i šalju ih glavnoj kontrolnoj stanici na obradu. Četiri bez ljudi. U glavnoj kontrolnoj stanici satelitski podaci se "ispravljaju" i šalju natrag satelitima.

Princip rada GPS-a. Sustav GPS satelita može dobro obavljati posao ako su njihovi atomski satovi sinkronizirani sa atomskim satom glavne kontrolne stanice na Zemlji tada su njihovi trenutni položaji u referentnom sustavu Zemlje određeni sa vektorom položaja $\mathbf{r}_S = (x_S, y_S, z_S)$ i trenutkom t_S odašiljana signala. Udaljenost

d između satelita i GPS-prijemnika koji se nalazi u točki $\mathbf{r} = (x,y,z)$ koju treba odrediti u trenutku t primanja signala (slika 13.).



Slika 13. Kako radi GPS

Udaljenost između satelita i prijemnika:

$$d = c(t - t_s) = [(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2]^{1/2}$$

ovisi o tri nepoznanice x , y i z pa je za njihovo određivanje potrebno barem tri signala od tri različita satelita. Za određivanje položaj objekata (letjelica) u zraku iznad površine Zemlje nužno je koristiti signale barem 4 satelita.

Teorija relativnosti i GPS. Da bi se postigla razina preciznosti od 6 - 10 m, atomski satovi na satelitima moraju imati točnost od 20 – 30 ns. No sateliti su u stalnom gibanju u odnosu na promatrače i satove na Zemlji, pa se efekti specijalne i opće teorije relativnosti moraju uzeti u obzir na toj razini preciznosti. Na visini na kojoj se sateliti kreću, specijalna teorija relativnosti predviđa usporavanje satelitskih satova za otprilike 7 μ s na dan, dok opća teorija relativnosti predviđa ubrzavanje satelitskih satova za otprilike 45 μ s. Zajednički efekt specijalne i opće teorije relativnosti je 38 μ s brže kucanje satelitskih satova u odnosu na glavni referentni sat na Zemlji. Kada se ovi "relativistički efekti" ne bi uzimali li u obzir, vrlo brzo bi došlo do narušenja mogućnosti točnog određivanja položaja pomoću GPS uređaja. Akumulaciju greške je moguće smanjiti

uspoređivanjem vremena dolaska signala s različitih satelita, jer se tada trenutak satelitskog emitiranja signala može posve izbjegnuti: npr., $d_2 - d_1 = c(t_2 - t_1)$, pa nije nužno poznavati trenutak t_s satelitskog emitiranja signala.

6. Zaključak

Odgovor na pitanje iz naslova ove brošure zašto nam danas treba teorija relativnosti je prilično očigledan. Prije samo nešto više od sto godina, ljudi su živjeli u uvjerenju da su prostor i vrijeme ravni i apsolutni. Nije bilo mjerljivih pojava ni potreba da se klasična relativnost Galileja i Newtona zamijeni sa nekom drugom. Danas, međutim, mi imamo potvrđeno saznanje da živimo u zakrivljenom i relativnom prostor-vremenu, pa je potreba uključivanja teorije relativnosti u svakodnevnicu postala nužnost kao što smo to vidjeli na primjeru rada GPS uređaja, koji koriste milijuni ljudi u raznim prilikama od zabave do tvrde znanosti.

7. Literatura

1. A. Einstein: *Moj pogled na svijet*, Izvori, Zagreb, 1999.
2. A. Einstein: *Moja teorija*, Izvori, Zagreb, 2000.
3. A. Robinson: *Einstein-sto godina relativnosti*, Školska knjiga, Zagreb, 2005.
4. D. Blanuša, *Teorija relativnosti*, Školska knjiga, Zagreb, 2003.
5. G. Tauber: *Einsteinova opća teorija relativnosti*, Globus, Zagreb, 1984.
6. M. Born, *Einsteinova teorija relativnosti*, Grafičko nakladni zavod, Zagreb, 1948.
7. G. Divjanović, *Čovjek i svemir*, Školska knjiga, Zagreb, 1997.
8. I. Picek: *Elementarne čestice*, Školska knjiga, Zagreb, 1997.
9. L. Lederman: *Božja čestica*, Izvori, Zagreb, 2000.
10. T. Petković: *Uvod u modernu kozmologiju I filozofiju*, Element, Šibenik, 2001.