

---

# Konceptualno razumijevanje Newtonovih zakona i primjena na rješavanje zadataka

Nikolina Novosel

*Institut za fiziku, Zagreb*

**Sažetak.** Newtonovi zakoni gibanja temeljni su zakoni pomoću kojih se opisuju gibanja i međudjelovanja tijela u klasičnoj mehanici, koja podrazumijeva brzine mnogo manje od brzine svjetlosti te relativno velike prostorne dimenzije, mnogo veće od atomskih udaljenosti. Njihovo razumijevanje i pravilna primjena osnova su za rješavanje problema u klasičnoj mehanici. U ovom radu razmatraju se tri Newtonova zakona gibanja te njihova primjena na rješavanje zadataka iz mehanike koji se rade u 1. razredu srednje škole. Posebno se razmatraju najčešće učeničke pogreške u rješavanju zadataka iz mehanike koje proizlaze iz nedovoljnog razumijevanja Newtonovih zakona ili njihove nedosljedne primjene.

**Ključne riječi:** Newtonovi zakoni, zadaci, mehanika

## UVOD

Temeljne zakone gibanja formulirao je engleski matematičar, fizičar i astronom Sir Isaac Newton (1642 – 1727) u svom djelu *Matematički principi filozofije prirode (Philosophiae Naturalis Principia Mathematica)* 1687. godine. Danas ih zovemo tri Newtonova zakona gibanja te ih primijenjujemo za opis gibanja i međudjelovanja tijela u klasičnoj mehanici, koja isključuje situacije u kojima su brzine bliske brzini svjetlosti i dimenzije usporedive s atomskim udaljenostima kada primijenjujemo relativističku, odnosno kvantnu mehaniku. Važno je istaknuti da su Newtonovi zakoni postulirani u obliku aksioma na osnovu opažanja i eksperimenta te se ne mogu dokazati ili izvesti iz drugih zakona. U ovom radu ukratko ću razmotriti značenje tri Newtonova zakona gibanja, diskutirati njihovu primjenu na rješavanja zadataka iz mehanike te istaknuti neke od najčešćih i tipičnih pogrešaka u rješavanju zadataka. Primjeri se temelje na višegodišnjoj praksi u nastavi iz Osnova fizike za nastavničke i istraživački smjer studija fizike na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu te na zadacima danima na natjecanjima iz fizike. Prilikom pisanja ovog rada korišteni su udžbenici [1-2] u kojima se mogu naći detaljno objašnjeni mnogi primjeri primjene Newtonovih zakona na rješavanje zadataka.

## NEWTONOVI ZAKONI GIBANJA

Prvi Newtonov zakon može se formulirati na sljedeći način: *Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila, ono ostaje u stanju mirovanja, ako je mirovalo ili se nastavlja gibati jednoliko po pravcu.* Jednoliko gibanje po pravcu je, drugim riječima, gibanje stalnom brzinom pri čemu treba imati na umu da je brzina vektorska veličina, što znači da se ni iznos ni smjer brzine u ovom slučaju ne mijenjaju. Prvim Newtonovim zakonom definiramo inercijalni sustav kao sustav u kojem on vrijedi. Neinercijalni sustav je sustav koji ubrzava u odnosu na neki inercijalni sustav; promatrač u neinercijalnom sustavu opaziti će djelovanje sile, koja nije posljedica nekog

fizikalnog međudjelovanja, već ubrzanja referentnog sustava promatrača; ovu silu nazivamo inercijalna sila.

Drugi Newtonov zakon glasi: *Zbroj svih sila, koje djeluju na tijelo, jednak je umnošku mase i ubrzanja tijela.* Matematički ga iskazujemo formulom:

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}. \quad (1)$$

Važno je naglasiti da je sila vektorska veličina te se u jednadžbi (1) radi o vektorskom zbroju sila koje djeluju na tijelo. Također, i ubrzanje je vektorska veličina, što znači da iz jednadžbe (1) slijedi da će tijelo ubrzavati u smjeru ukupne sile na tijelo.

Treći Newtonov zakon glasi: *Ako tijelo A djeluje na tijelo B silom  $\vec{F}_{AB}$  (akcija), tada tijelo B djeluje na tijelo A silom  $\vec{F}_{BA}$  (reakcija), koja je jednakog iznosa i suprotnog smjera obzirom na silu  $\vec{F}_{AB}$ .* Ključna je činjenica da se ovdje radi o međudjelovanju dva tijela te da sile  $\vec{F}_{AB}$  i  $\vec{F}_{BA}$  djeluju na dva različita tijela.

### Kako rješavati zadatke?

Prilikom rješavanja zadataka korisno je slijediti određene korake koji nam pomažu da razumijemo fizikalni problem, o kojem se radi, te da ispravno postavimo jednadžbe za dani problem. Najprije je svakako dobro nacrtati skicu fizikalnog problema. Zatim moramo utvrditi promatramo li problem iz inercijalnog sustava ili se nalazimo u sustavu koji jednoliko ubrzava (neinercijalnom sustavu). Ako problem promatramo unutar sustava koji jednoliko ubrzava, na tijelo će djelovati i inercijalna sila. Nakon toga nužno je nacrtati dijagram sila, odnosno sve sile koje djeluju na svako pojedino tijelo. Pritom treba imati na umu da se dijagram sila crta za svako tijelo posebno i da u dijagram sila budu uključene sve sile koje djeluju na tijelo. Zatim je potrebno prikladno definirati koordinatni sustav te po potrebi rastaviti sile na dvije međusobno okomite komponente. Koordinatni sustav definiramo tako da konačne jednadžbe, koje opisuju fizikalni problem, imaju najjednostavniji mogući oblik što omogućava i najlakši način njihovog rješavanja. Na primjer, ako promatramo gibanje tijela na kosini, rješavanje zadatka je najjednostavnije ako  $x$  os koordinatnog sustava postavimo paralelno kosini, a  $y$  os okomito na kosinu. Također, jednom kada smo definirali pozitivni smjer osi koordinatnog sustava, prilikom pisanja jednadžbi ne trebamo koristiti vektorski zapis sila, već smjer djelovanja pojedine sile možemo uzeti u obzir odgovarajućim predznakom obzirom na zadani koordinatni sustav. Kada smo nacrtali dijagram sila na svako tijelo i definirali koordinatni sustav u kojem ćemo rješavati problem, možemo napisati drugi Newtonov zakon za svako tijelo po komponentama u koordinatnom sustavu. Time dolazimo do sustava jednadžbi koje su polazište za rješavanje zadatka. Ukoliko se u zadanom problemu nalaze dva tijela u međudjelovanju, prilikom rješavanja zadatka treba ispravno primijeniti i treći Newtonov zakon.

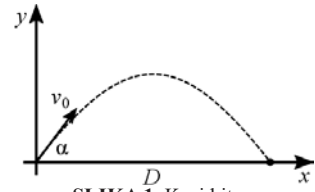
### Najčešće pogreške pri rješavanju zadataka

Pogreške u rješavanju zadataka uglavnom su posljedica nedovoljnog znanja i razumijevanja fizikalnih zakona ili pak pogrešnog shvaćanja istih. Analizom učeničkih pogrešaka mogu se identificirati problemi u razumijevanju fizikalnih zakona što omogućuje nastavnicima da usmjere dodatnu pažnju na koncepte koje učenici teže usvajaju. U nastavku se navode neke od tipičnih pogrešaka u rješavanju zadataka iz mehanike.

Pogreške često nastaju prilikom korištenja gotovih formula bez razmišljanja i/ili nerazumijevanja njihovog značenja i situacija na koje su primjenjive. Ovo se odnosi na formule koje je jednom nastavnik i/ili autor udžbenika ili tablica izveo iz osnovnih principa. Na primjer, razmotrimo problem kosog hica u kojem je tijelo izbačeno s tla početnom brzinom  $v_0$  pod kutem  $\alpha$  u odnosu na horizontalu (slika 1). Tijelo pada na tlo na udaljenosti  $D$  od mjesta izbačaja, koju možemo izračunati koristeći „tabličnu” formulu za doseg kosog hica:

$$D = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (2)$$

Učenici često zapamte ovu formulu i primjenjuju je ne razmišljajući o fizikalnim principima na kojima se ona temelji i iz kojih je izvedena. Riješimo sada fizikalni problem kosog hica polazeći od osnovnih zakona gibanja. Gibanje tijela u  $x$  i  $y$  smjeru možemo promatrati nezavisno. U  $x$  smjeru na tijelo ne djeluje sila ( $F_x = ma_x = 0$ ) pa je ubrzanje  $a_x = 0$ . Slijedi da je brzina u  $x$  smjeru stalna i iznosi  $v_0 \cos \alpha$ , a ovisnost  $x$  koordinate tijela o vremenu opisana je jednadžbom jednolikog gibanja po pravcu  $x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t$ . Gravitacijska sila djeluje na tijelo u negativnom smjeru  $y$  osi, primjenom drugog Newtonovog zakona  $F_y = ma_y = -F_g$  slijedi da je  $a_y = -g$ . Nadalje slijedi da su ovisnosti  $y$  komponente brzine i  $y$  koordinate tijela o vremenu dane izrazima:  $v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt$ , odnosno  $y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - gt^2/2$ . Uvrštavajući u izraze za  $x(t)$  i  $y(t)$  uvjet zadatka  $y(t_{pad}) = 0$  i  $x(t_{pad}) = D$  slijedi izraz za doseg kosog hica (2). Ukoliko razumijemo fizikalni problem i znamo postaviti osnovne jednadžbe gibanja, znat ćemo riješiti bilo koji problem s različitim početnim uvjetima (tijelo se u početnom trenutku može nalaziti na bilo kojoj visini i imati brzinu u bilo kojem smjeru), dok pamćenjem jedne formule znamo riješiti samo taj specifičan problem i zanemarujemo dublje promišljanje o fizikalnoj prirodi gibanja. Također, često se može vidjeti da učenici primjenjuju „gotove“ formule, a pritom ne uviđaju da se određena formula ne odnosi na zadani fizikalni problem.



SLIKA 1. Kosi hitac.

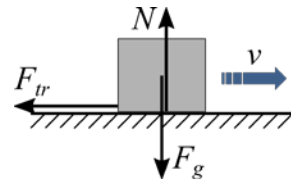
Preskakanje koraka u izvodu i pisanje jednadžbi „na pamet“, često bez nacrtanog dijagrama sila, zajedno s nedovoljnim i/ili nepotpunim razumijevanjem fizikalnog problema često vodi na pogreške u rješavanju zadataka. Na primjer, promotrimo tijelo mase  $m$  koje se giba po horizontalnoj podlozi na kojoj postoji trenje (slika 2). Ako se u zadatku traži da se izračuna sila trenja, često se u učeničkim rješenjima može vidjeti da je polazna jednadžba  $F_{tr} = \mu mg$ . U ovom slučaju to je točno, no ipak je preskočeno nekoliko koraka u izvodu i nije jasno razumije li učenik točnu definiciju sile trenja prema kojoj je sila trenja jednaka umnošku faktora trenja  $\mu$  i sile reakcije podloge na tijelo. Štoviše, nerijetko se ispostavi da učenici smatraju da je sila trenja jednaka umnošku faktora trenja i sile teže na tijelo, što je pogrešno. Sve nedoumice otklanjaju se tako da primijenimo cjelovit postupak rješavanja ovog zadatka, koji započinje crtanjem dijagrama sila, kao što je prikazano na slici 2. Zatim možemo ustanoviti da u vertikalnom smjeru nema gibanja pa drugi Newtonov zakon glasi:

$$0 = N - F_g, \quad (3)$$

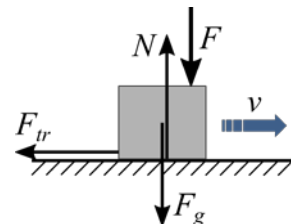
gdje je  $N$  sila reakcije podloge na tijelo, a  $F_g = mg$  sila teža na tijelo. Sada možemo primijeniti izraz koji definira silu trenja  $F_{tr} = \mu N$  i u njega uvrstiti izraz za silu reakcije podloge  $N = F_g$  (koji slijedi iz jednadžbe (3)). Tada za silu trenja dobijemo:

$$F_{tr} = \mu N = \mu F_g = \mu mg. \quad (4)$$

(Ne)razumijevanje prethodnog jednostavno se može testirati na način da problem modificiramo tako da na tijelo djelujemo dodatnom silom  $F$ , kao što je prikazano na slici 3, ili da isto tijelo stavimo na kosinu (slika 4). U oba navedena slučaja često se opet može vidjeti početni izraz za silu trenja  $F_{tr} = \mu mg$ , što je u oba slučaja pogrešno. Do ispravnog rješenja najsigurnije se dolazi uvažavajući sve korake u rješavanju, kao što je to prethodno opisano. Za slučaj prikazan na slici 3, ustanovimo da u vertikalnom smjeru nema gibanja pa drugi Newtonov zakon glasi:



SLIKA 2. Tijelo se giba po horizontalnoj podlozi s trenjem.



SLIKA 3. Na tijelo, koje se giba po horizontalnoj podlozi s

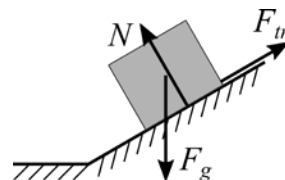
$$0 = N - F_g - F. \tag{5}$$

Iz prethodne jednadžbe slijedi da je sila reakcije podloge na tijelo jednaka  $N = F_g + F$ , a prema tome sila trenja je  $F_{tr} = \mu(mg + F)$ . Za slučaj tijela na kosini, u smjeru okomitom na kosinu nema gibanja pa je drugi Newtonov zakon oblika:

$$0 = N - F_g \cos \alpha, \tag{6}$$

iz čega slijedi da je sila trenja u zadanom problemu tijela na kosini jednaka  $F_{tr} = \mu mg \cos \alpha$ .

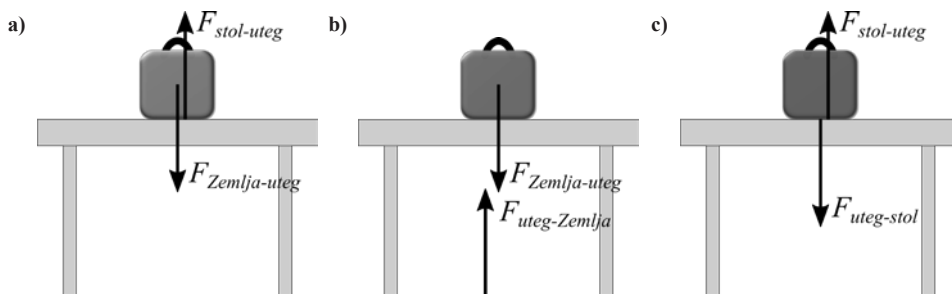
Postavljanje drugog Newtonovog zakona za cijeli sustav istovremeno, umjesto za svako tijelo posebno, iako nije fizikalno netočno, često može voditi do određene pogreške. Vjerojatnost slučajne pogreške u ovom postupku je veća jer se obično radi o većem broju sila, koje djeluju na različite dijelove sustava, te se neke od njih lako može zabunom previdjeti.



SLIKA 4. Tijelo se giba po kosini s trenjem.

Svakako se preporučuje uvijek krenuti od promatranja svakog tijela posebno, zatim po potrebi odrediti odnose između određenih sila na pojedina tijela te dalje rješavati sustav dobivenih jednadžbi. Osim toga, primjenom ovakvog postupka potpuna fizikalna slika problema često ne dolazi do izražaja. To se posebno odnosi na slučajeve u kojima su dva tijela povezana uzetom ili se nalaze u direktnom kontaktu. U posljednjem slučaju ukoliko promatramo sustav kao cjelinu, zanemaruje se važan koncept međudjelovanja dva tijela i primjena trećeg Newtonovog zakona. Dodatno, u nemogućnosti smo izračunati sile jednog tijela na drugo jer se one ne pojavljuju u jednadžbi za cijeli sustav.

Najčešća pogreška u vezi s trećim Newtonovim zakonom je zaključak da se sile akcije i reakcije poništavaju, odnosno da je njihov zbroj nula, jer su jednakog iznosa i suprotnog smjera. No, pritom se zaboravlja najvažni aspekt trećeg Newtonovog zakona, a to je da se radi o dva tijela u međudjelovanju tj. da sile akcije i reakcije djeluju na dva različita tijela. Često se javljaju i pogreške u identificiranju točnih parova akcija-reakcija sila. Promotrimo uteg mase  $m_{uteg}$ , koji miruje na stolu, nacrtajmo sve sile, koje djeluju na uteg, te za svaku silu nađimo pripadni par iz trećeg Newtonovog zakona. Dijagram sila na uteg prikazan je na slici 5 a). Uteng miruje jer je zbroj svih sila na njega jednak nuli:



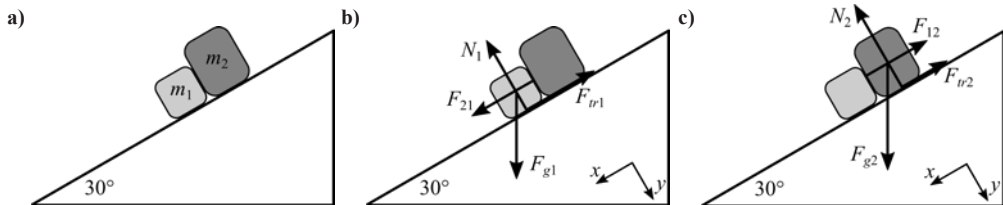
SLIKA 5. a) Dijagram sila na uteg koji miruje na stolu. b) Par akcija-reakcija sila između utega i Zemlje. c) Par akcija-reakcija sila između utega i stola.

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{Zemlja-uteg} + \vec{F}_{stol-uteg} = 0. \tag{7}$$

Iz jednadžbe (7) slijedi da su sile  $F_{Zemlja-uteg}$  i  $F_{stol-uteg}$  jednakog iznosa i suprotnog smjera, no ove dvije sile nisu akcija-reakcija par o kojima govori treći Newtonov zakon. Sila teža na uteg  $F_{Zemlja-uteg}$  je posljedica djelovanja gravitacijske sile između Zemlje i utega, pripadna sila reakcije je gravitacijska sila kojom uteg djeluje na Zemlju  $F_{uteg-Zemlja}$  (slika 5 b)). U ovom slučaju dva tijela u međudjelovanju su uteg i Zemlja. Sila stola na uteg  $F_{stol-uteg}$  izaziva silu utega na stol jednakog iznosa i suprotnog smjera ( $F_{uteg-stol}$ ), dva tijela u međudjelovanju su uteg i stol (slika 5 c)). Također, nije ispravno reći da uteg djeluje na stol silom  $F_{Zemlja-uteg} = m_{uteg}g$ , jer

je to sila Zemlje na uteg. Sila utega na stol zbilja jest iznosom jednaka  $m_{uteg}g$ , no to slijedi iz činjenice da je zbog trećeg Newtonovog zakona  $F_{uteg-stol} = F_{stol-uteg}$ , a prema jednadžbi (7) vrijedi  $F_{stol-uteg} = m_{uteg}g$  pa slijedi da je  $F_{uteg-stol} = m_{uteg}g$ . Iako posljednje možda djeluje očito, preskakanje koraka u izvodu (primjene redom trećeg i drugog Newtonovog zakona) u složenijim zadacima može dovesti do pogreške, kao što će biti pokazano u sljedećem primjeru.

Razmotrimo prethodno navedeno na primjeru zadatka sa Županijskog natjecanja iz fizike 2017. godine (slika 6 a)): Dva tijela nalaze se na kosini kao što je prikazano na slici. Mase tijela odnose se kao  $m_1:m_2 = 1:2$ . Faktor trenja između tijela mase  $m_1$  i kosine iznosi 0.71, a između tijela mase  $m_2$  i kosine 0.17. a) Nacrtajte dijagram sila na tijelo mase  $m_1$ . b) Nacrtajte dijagram sila na tijelo mase  $m_2$ . c) Izračunajte ubrzanje tijela.



SLIKA 6. a) Skica zadatka. b) Dijagram sila na tijelo mase  $m_1$ . c) Dijagram sila na tijelo mase  $m_2$ .

S obzirom da je faktor trenja između donjeg tijela i podloge mnogo veći od faktora trenja između gornjeg tijela i podloge, možemo pretpostaviti da će tijela za vrijeme gibanja biti u kontaktu te da će se gibati jednakim ubrzanjem. Da su faktori trenja zadani obrnuto, mogli bi pretpostaviti da bi se donje tijelo gibalo niz kosinu većim ubrzanjem od gornjeg tijela, koje se možda ne bi ni gibalo zbog prevelikog trenja, odnosno tada tijela ne bi bila u kontaktu. Na početku rješavanja zadatka postavimo koordinatni sustav kako je prikazano na slici te nacrtajmo dijagrame sila na tijelo mase  $m_1$  i na tijelo mase  $m_2$  (slika 6 b) i c)). Drugi Newtonov zakon za oba tijela po komponentama u zadanom koordinatnom sustavu glasi:

$$m_1 a = m_1 g \sin 30^\circ + F_{21} - F_{fr1}, \quad 0 = m_1 g \cos 30^\circ - N_1, \quad (8)$$

$$m_2 a = m_2 g \sin 30^\circ - F_{12} - F_{fr2}, \quad 0 = m_2 g \cos 30^\circ - N_2. \quad (9)$$

Sila trenja na oba tijela redom su jednake:

$$F_{fr1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 m_1 g \cos 30^\circ, \quad F_{fr2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 m_2 g \cos 30^\circ. \quad (10)$$

Zatim treba primijeniti treći Newtonov zakon prema kojem je sila prvog tijela na drugo  $F_{12}$  jednakog iznosa i suprotnog smjera obzirom na silu drugog tijela na prvo  $F_{21}$ , odnosno  $F_{12} = F_{21}$ . Uvrštavanjem prethodnog i relacija (10) u jednadžbe za  $x$  smjer (8) i (9) te njihovim zbrajanjem dobije se konačan izraz za ubrzanje oba tijela:

$$a = \left( \sin 30^\circ - \frac{m_1 \mu_1 + m_2 \mu_2}{m_1 + m_2} \cos 30^\circ \right) g. \quad (11)$$

Učenička rješenja ovog zadatka u velikoj su mjeri ukazala na nerazumijevanje Newtonovih zakona i/ili njihovu pogrešnu primjenu. Jedna od najčešćih pogrešaka nalazila bi se već u dijagramu sila na oba tijela na kojima bi nedostajala sila prvog tijela na drugo  $F_{12}$  i sila drugog tijela na prvo  $F_{21}$ , što bi nadalje vodilo na pogrešne jednadžbe gibanja za oba tijela oblika:

$$m_1 a_1 = m_1 g \sin 30^\circ - F_{fr1}, \quad m_2 a_2 = m_2 g \sin 30^\circ - F_{fr2} \quad (12)$$

U jednom slučaju učenici su iz ovih jednadžbi izračunali  $a_1 = -1.13 \text{ m/s}^2$  i  $a_2 = 3.46 \text{ m/s}^2$ , što je besmislen rezultat jer ukazuje da se tijelo 1 giba ubrzano uz kosinu jer ga ubrzava sila trenja, a tijelo 2 se giba ubrzano niz kosinu bez obzira što se tijelo 2 nalazi iznad tijela 1. U ovom trenutku trebalo bi biti jasno da na dijagramima sila i u jednadžbama, koje iz njega slijede, nedostaju određene sile, a to su upravo sile međudjelovanja dva tijela. U drugom slučaju učenici su pretpostavili da su ubrzanja tijela 1 i 2 jednaka ( $a_1 = a_2$ ), odnosno da se tijela gibaju zajedno pa su zbrojili ove dvije jednadžbe i dobili točan izraz za ubrzanje dva tijela. Iako je konačno rješenje točno, ono je proizašlo iz pogrešno iskazanog drugog Newtonovog zakona za oba tijela u kojem nisu uzete u obzir sile međudjelovanja dva tijela. Uvrštavanjem dobivenog ubrzanja u

početne jednadžbe lako se može vidjeti da one nisu zadovoljene, što opet ukazuje da su početne jednadžbe pogrešne, odnosno nepotpune. Značajan broj učenika zadatak je riješilo tako da su napisali drugi Newtonov zakon za oba tijela zajedno tj. promatrali su dva tijela kao sustav:

$$(m_1 + m_2)a = m_1g \sin 30^\circ + m_2g \sin 30^\circ - F_{tr1} - F_{tr2}, \quad (13)$$

pri čemu je važno istaknuti da sile  $F_{12}$  i  $F_{21}$ , koje su jednakog iznosa i suprotnog predznaka pa se matematički zbroje u nulu, nisu napisane. Jednadžba (13) nije netočna, no nije jasno je li učenik samo preskočio nekoliko početnih koraka u izvodu i razumije li da ova dva tijela djeluju silom jedno na drugo i zna li ispravno primijeniti treći Newtonov zakon. U značajnom broju slučajeva uz početnu jednadžbu (13) na dijagramu sila nedostajale su sile međudjelovanja dva tijela  $F_{12}$  i  $F_{21}$ , što sugerira negativan odgovor na prethodno postavljena pitanja. Među ostalim netočnim rješenjima ovog zadatka valja istaknuti sljedeća:

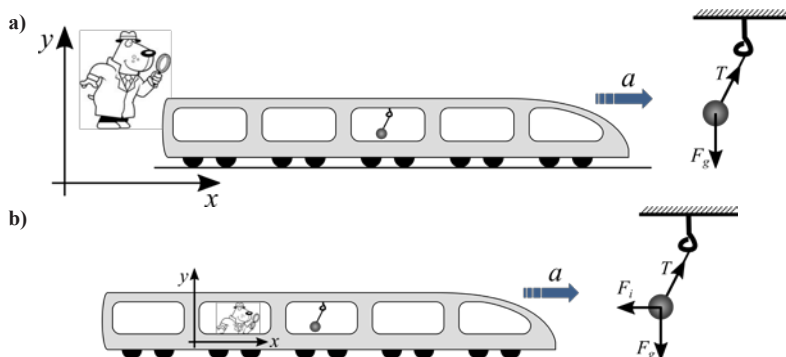
1. Tijelo 2 djeluje silom na tijelo 1, ali tijelo 1 ne djeluje silom na tijelo 2. Ovdje se očito radi o nerazumijevanju trećeg Newtonovog zakona prema kojem djelovanje jednog tijela na drugo nužno znači i djelovanje drugog tijela na prvo, silom jednakog iznosa i suprotnog smjera.
2. Na tijelo 1 u smjeru paralelnom kosini djeluju sile:  $m_1g \sin 30^\circ$ ,  $m_2g \sin 30^\circ$  i  $F_{tr1}$ , dok na tijelo 2 u smjeru paralelnom kosini djeluju sile:  $m_2g \sin 30^\circ$ ,  $F_{tr1}$  i  $F_{tr2}$ . Dakle, na tijelo 1 djeluje i komponenta sile teže tijela 2, a na tijelo 2 djeluje i trenje na tijelo 1. Može se zaključiti da učenik ima osjećaj da će tijelo 2 na neki način djelovati na tijelo 1 i ubrzavati ga niz kosinu te da će tijelo 1 na neki način usporavati tijelo 2, no sile na pojedina tijela nisu ispravno identificirane. Također, važno je uočiti da neki učenici pogrešno izjednačavaju komponentu sile teže na tijelo 2 ( $m_2g \sin 30^\circ$ ) sa silom tijela 2 na tijelo 1 na sličan način kao što je u prethodnom primjeru sila utega na stol iznosom jednaka sili teži na uteg. Ovdje su skrivene čak dvije pogreške: (i) konceptualno je pogrešno shvaćanje da sila  $m_2g$  (tj. jedna njena komponenta) djeluje na tijelo 1, sila  $m_2g$  je sila teža (gravitacijska sila Zemlje) na tijelo 2 i kao takva djeluje samo na njega; (ii) iznos sile tijela 2 na tijelo 1 izjednačen je s  $m_2g \sin 30^\circ$ , što je pogrešno i to se može pokazati uvrštavanjem izraza za ubrzanje (11) u jednadžbu za  $x$  smjer (8) ili (9) čime dobijemo iznos sile tijela 1 na tijelo 2, odnosno sile tijela 2 na tijelo 1:

$$F_{12} = F_{21} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\mu_1 + \mu_2) g. \quad (14)$$

3. Jednadžba gibanja za tijelo 1 je oblika:  $m_1 a = m_1 g \sin 30^\circ - F_{tr1} + F_{R2}$ , gdje je  $F_{R2}$  rezultantna sila na tijelo 2 oblika:  $F_{R2} = m_2 a = m_2 g \sin 30^\circ - F_{tr2}$ . I ovaj primjer odražava nerazumijevanje koncepta međudjelovanja dva tijela i trećeg Newtonovog zakona te pogrešno shvaćanje da ukupna sila na tijelo 2 djeluje i na tijelo 1.

### (Ne)inercijalni sustavi

Ukoliko se radi o fizikalnom problemu koji se događa u sustavu koji jednoliko ubrzava tj. neinercijalnom sustavu, moramo voditi računa o odabiru sustava u kojem ćemo rješavati problem. Na primjer, promotrimo kuglicu mase  $m$  koja je obješena za kuku u vlaku koji se giba jednoliko ubrzano po pravcu  $a$  (slika 7). Kuglica je otklonjena za kut  $\alpha$  u odnosu na vertikalu i u tom položaju miruje u odnosu na vlak. Prvi korak pri rješavanju ovog problema je



SLIKA 7. Kuglica visi na niti u vlaku koji se giba jednoliko ubrzano po pravcu. a) Promatrač je u inercijalnom sustavu. b) Promatrač je u neinercijalnom sustavu. Dijagram sila prikazuje sile na kuglicu u oba slučaja.



odabir referentnog sustava pri čemu imamo dva izbora: (i) Problem možemo promatrati iz sustava vezanog za Zemlju, što je inercijalni sustav (ako zanemarimo rotaciju Zemlje, što je u ovom slučaju opravdano) te u tom slučaju promatrač vidi kuglicu koja se giba jednoliko ubrzano po pravcu jednakim ubrzanjem kao što je ubrzanje vlaka (slika 7 a)); (ii) Promatrač se nalazi u neinercijalnom sustavu vezanom za vlak, u odnosu na njega kuglica miruje te promatrač zaključuje da na kuglicu djeluje inercijalna sila. Oba načina rješavanja su ispravna i vode ka istom rješenju. Dijagram sila na kuglicu u inercijalnom sustavu prikazan je na slici 7 a) te drugi Newtonov zakon za  $x$  i  $y$  smjer glasi:

$$ma = T \sin \alpha, 0 = T \cos \alpha - F_g. \quad (15)$$

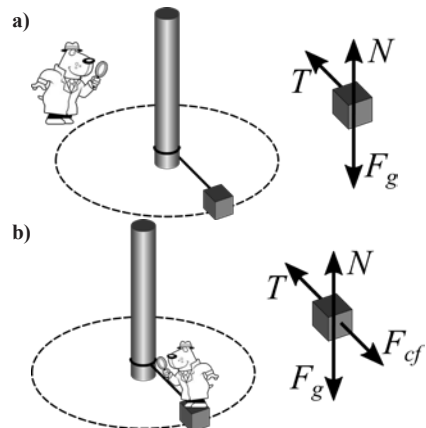
Dijagram sila na kuglicu u neinercijalnom sustavu prikazan je na slici 7 b), a drugi Newtonov zakon za  $x$  i  $y$  smjer je u ovom slučaju oblika:

$$0 = T \sin \alpha - F_i, 0 = T \cos \alpha - F_g. \quad (16)$$

Inercijalna sila, koja djeluje na kuglicu jednaka je  $F_i = ma$ , gdje je  $a$  ubrzanje vlaka (sustava). Iz jednadžbi (15) i (16) slijedi isto rješenje za ubrzanje vlaka:  $a = T \sin \alpha / m$ .

### Dinamika kružnog gibanja

Promotrimo tijelo koje se giba po kružnici brzinom stalnog iznosa. Najprije možemo primijetiti da se tijelo ne giba jednoliko po pravcu iz čega zaključujemo da je ukupna sila na tijelo različita od nule. Do istog zaključka možemo doći, ako uočimo da se smjer brzine kod jednolikog kruženja stalno mijenja, a budući da je brzina vektorska veličina, zaključujemo da brzina nije stalna te da se radi o ubrzanom gibanju. Ukupna sila na tijelo kod jednolikog kruženja naziva se centripetalna sila. Drugim riječima, kod jednolikog kružnog gibanja drugi Newtonov zakon možemo izreći na način da je zbroj svih sila, koje djeluju na tijelo, jednak centripetalnoj sili. Važno je naglasiti da centripetalna sila nije nikakva dodatna sila na tijelo. Jedna od najčešćih pogreški kod zadataka s kružnim gibanjem proizlazi iz nerazumijevanja da je kružno gibanje uzrokovano nekom realnom fizikalnom silom (npr. napetost užeta, trenje, gravitacijska sila itd.) te se uz postojeće sile u danom problemu uvodi dodatna (centripetalna) sila čije fizikalno porijeklo nije jasno. U skladu s tim, učenici i na dijagramu sila crtaju centripetalnu silu, što je također pogrešno. Nadalje, pogreške se često događaju uvođenjem centrifugalne (inercijalne) sile. Kao i kod prethodnih primjera, i kod kružnog gibanja najprije trebamo odrediti iz kojeg sustava promatramo problem. Problem možemo promatrati iz inercijalnog sustava i tada opažamo da se tijelo giba po kružnici te zaključujemo da je ukupna sila na tijelo jednaka centripetalnoj sili. Alternativno, problem možemo promatrati iz neinercijalnog sustava koji rotira zajedno s tijelom te tada zaključujemo da na tijelo djeluje inercijalna sila – centrifugalna sila i da tijelo miruje. Još jedna od tipičnih pogrešaka kod dinamike kružnog gibanja je crtanje i centripetalne i centrifugalne sile na dijagramu sila. Ove dvije sile nikada se ne mogu pojaviti istovremeno. Kao što smo već naglasili, centripetalna sila jest ukupna sila na tijelo koje jednoliko kruži pri čemu tijelo promatramo iz inercijalnog sustava. S druge strane, centrifugalna sila javlja se samo, ako se promatrač nalazi unutar sustava koji rotira, no tada tijelo u odnosu na promatrača miruje.



SLIKA 8. Tijelo se giba jednoliko po kružnici. a) Promatrač se nalazi u inercijalnom sustavu. b) Promatrač se nalazi u neinercijalnom sustavu.

Uzmimo da je zadatak izračunati brzinu jednolikog kruženja tijela koje se nalazi na podlozi bez trenja i užetom je pričvršćeno za stup oko kojeg jednoliko rotira (slika 8) te riješimo taj problem u inercijalnom i u neinercijalnom sustavu. Ako problem promatramo iz inercijalnog sustava, dijagram sila na tijelo prikazan je na slici 8 a) te zaključujemo da je ukupna sila na tijelo jednaka centripetalnoj sili, koja je u ovom slučaju sila napetosti užeta. Drugi Newtonov zakon glasi:

$$F_{cp} = ma_{cp} = T \quad (17)$$

Budući da je centripetalno ubrzanje jednako  $a_{cp} = v^2/r$ , gdje je  $v$  brzina, a  $r$  polumjer jednolikog kruženja, za brzinu jednolikog kruženja dobivamo rješenje:

$$v = \sqrt{\frac{Tr}{m}} \quad (18)$$

Dijagram sila na tijelo, ukoliko se promatrač nalazi u neinercijalnom sustavu koji rotira s tijelom, prikazan je na slici 8 b). U ovom slučaju, drugi Newtonov zakon glasi:

$$0 = T - F_{cf} \quad (19)$$

Uvrštavanjem izraza za centrifugalnu silu:  $F_{cf} = ma_{cf}$ , gdje je  $a_{cf}$  centrifugalno ubrzanje, koje je po iznosu jednako ubrzanju sustava tj. centripetalnom ubrzanju  $a_{cp}$ , dobijemo isti izraz za brzinu jednolikog kruženja (18).

## ZAKLJUČAK

Newtonovi zakoni gibanja jednostavni su u svom izričaju, no njihovo konceptualno razumijevanje nije nimalo trivijalan zadatak i zahtjeva mnogo truda i promišljanja. Potpuno razumijevanje Newtonovih zakona predstavlja osnovu za uspješno rješavanje zadataka iz klasične mehanike. U procesu podučavanja za nastavnike iznimno je korisno uvidjeti pogrešna shvaćanja Newtonovih zakona kod učenika kako bi se tim temama mogla posvetiti dodatna pažnja. U tom smislu, u ovom radu istaknute su neke od najčešćih pogrešaka, prikupljene iz prakse, uz koje su dana i ispravna objašnjenja i rješenja.

## LITERATURA

1. Hugh D. Young, Roger A. Freedman, *Sears and Zemansky's University Physics with Modern Physics*, 14<sup>th</sup> Edition, Pearson Education, Inc., 2016
2. Raymond A. Serway, John W. Jewett, *Physics for Scientists and Engineers*, 6<sup>th</sup> Edition, Thomson-Brooks/Cole, 2004