

Prigušeno titranje – istraživačka nastava

Tomislav Horvat, Damir Kliček

Elektrostrojarska škola Varaždin, Varaždin

Sažetak. Rad predstavlja pripremu za radionicu s nastavnicima. Na temi prigušenog titranja pokazuje se jedna mogućnost obrade tog nastavnog sadržaja pomoću istraživačke nastave. Uteg obješen na dinamometar pomakne se iz ravnotežnog položaja i pusti se da titra. Mjeri se broj titraja utega do zaustavljanja i to se ponavlja za nekoliko različitih početnih amplituda. Što je veći početni pomak iz ravnoteže više je titraja prije zaustavljanja. Na osnovu mjerenih podataka moguće je nacrtati graf titranja, odrediti konstantu prigušenja i napisati jednadžbu prigušenog titranja. Nastavnik, postavljanjem pitanja, vodi učenike i motivira ih na istraživački način razmišljanja. U tom procesu učenici dolaze do ideja potrebnih da riješe zadani problem. U razradi ideja i izvodenju vježbe učenici usavršavaju svoja znanja o mnogim fizikalnim pojavama i zakonima kao što su masa, težina, elastična sila, energije u mehanici, zakon očuvanja energije, trenje... Usvajaju i nove pojmove vezane uz prigušeno titranje. Uvježbavaju rad s grafovima i korištenje matematičkih metoda za određivanje međusobne zavisnosti mjerenih veličina.

Ključne riječi: mjerenje, istraživanje, titranje, prigušeno titranje, anvelopa

UVOD

Radionica je zamišljena kao obrada nastavne jedinice *Prigušeno titranje* kroz istraživačku nastavu. Na ovaj način obrađujemo tu nastavnu jedinicu na vježbama iz fizike za treći razred u Elektrostrojarskoj školi Varaždin. Na osnovi te vježbe izrađen je eksperimentalni zadatak za treći razred na Državnom natjecanju iz fizike 2013./2014. godine. Autor zadatka je Damir Kliček.

Za dva školska sata moguće je završiti crtanje anvelope i elongacije prigušenog titranja što je primjereno za razrede koji imaju dva sata fizike tjedno. Ukoliko se radi o razredima čiji programi imaju više sati i ako ima dovoljno vremena može se odrediti i koeficijent prigušenja.

Postoje i alternativne mogućnosti tako da se istovremeno obrađuje prigušeno i neprigušeno titranje ili da se u ovu jedinicu uklopi energija titranja.

Kako je za ovu jedinicu potrebno znanje iz prethodnih nastavnih jedinica može se provesti ponavljanje gradiva. Također će trebati neke formule. Ako smatrate da ih učenici trebaju znati napamet onda ih možete pitati, a mogu ih naći u knjigama i bilježnicama.

Koncept ovog članka zamišljen je tako da se kroz pitanja za raspravu vidi tijek istraživačke nastave. Pitanja su u kurzivu. Nakon rasprave dani su očekivani zaključci. Iako učeničke ideje mogu biti dobre i ostvarive ipak treba učenike navesti da tijekom sata bude takav kako je zamišljen. Uz opis vježbe dan je primjer jednog mjerenja. Ubačeni su i neki rezultati mjerenja koja se ne rade ovoj radionici, a rađena su s Vernierovim uređajima i obrađena u programu Logger Pro. Ona služe za bolje objašnjenje nekih pojava u ovoj vježbi i mogu se projicirati učenicima na satu.

Popis pitanja koja bi se postavljalo učenicima ne bi trebao biti detaljan jer je teško predvidjeti u kojem smjeru će se odvijati diskusija. Previše unaprijed pretpostavljenih pitanja koje bi nastavnik postavljao učenicima dovodi do toga da se nastavnik stalno pokušava vratiti na pitanja koja je zamislio. To prekida kontinuitet rasprave.

ANVELOPA PRIGUŠENOG TITRANJA

Pribor



Slika 1. Pribor



Slika 2. Podjela na dinamometru

Slika 1 prikazuje pribor koji se koristi kod istraživanja. Pribor treba postaviti tako da dinamometar slobodno visi na šipki. Uteg se objesi na dinamometar.

Slika 2 prikazuje podjelu na dinamometru. Kod ovakvih dinamometara podjela je takva da jedan centimetar produljenja pokazuje točno određenu silu. U ovom slučaju 1 cm produljenja predstavlja silu od 0,5N. Tako se može direktno mjeriti produljenje opruge i sila. Mogu se koristiti i dinamometri koji nemaju takvu podjelu, ali mjerenje je malo kompliciranije.

Usporedba neprigušenog i prigušenog titranja

Na katedri je opruga s utegom kako bi se usporedilo titranje utega na dinamometru i na opruzi.

Pitanja za raspravu:

- *Koja je razlika između titranja utega na opruzi i na dinamometru?*
- *Da li će uteg na opruzi vječno titrati?*
- *Što se događa s amplitudom titranja kod utega na dinamometru?*
- *Zašto se amplituda smanjuje?*

Energija titranja harmonijskog oscilatora

- *Gdje je najveća kinetička energija, a gdje najmanja?*
- *Gdje je elastična potencijalna energija najveća, a gdje najmanja?*
- *Kakve su kinetička i elastična potencijalna energija za neku elongaciju?*
- *Je li ukupna energija stalna?*
- *Zakon očuvanja energije?*

Gubitak energije titranja

Elastična energija u amplitudi:

$$E_{epo} = \frac{1}{2} k s_o^2 \quad (1)$$

gdje je E_{epo} elastična potencijalna energija u amplitudi, k konstanta elastičnosti opruge i s_o amplituda titranja.

- *Ako se smanjuje amplituda titranja što se događa sa energijom?*
- *U što se pretvara energija titranja?*

Mjerenje smanjivanja amplitude u vremenu

- *Kako bi mogli odrediti smanjenje amplituda u vremenu?*

Prilikom pitanja napomenuti da se može koristiti samo postojeći pribor. Ukoliko nitko nije došao do ideje kako bi se to učinilo predloži se da se promatra titranje utega na dinamometru za dvije različite amplitude.

- *Koja je razlika u titranju s većom i manjom amplitudom?*

- *Ako znamo broj titraja do zaustavljanja za različite početne amplitude da li možemo odrediti vrijeme za koje će titranje prestati za različite amplitude?*

- *Kako odrediti vrijeme do zaustavljanja bez štoperice?*

- *Kako izračunati period titranja harmonijskog oscilatora?*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2)$$

gdje je T period titranja harmonijskog oscilatora, m masa utega, k konstanta elastičnosti opruge.

- *Kako izmjeriti masu utega?*

$$G = mg \quad (3)$$

gdje je G težina utega, m masa utega, g ubrzanje tijela prilikom slobodnog pada.

- *Kako izmjeriti konstantu elastičnosti opruge?*

$$k = \frac{G}{\Delta l} \quad (4)$$

gdje je Δl produljenje opruge kada je na nju obješen uteg koji miruje.

Primjer jednog mjerenja:

Težina utega $G=2,75 \text{ N}$,

masa $m=0,28 \text{ kg}$,

konstanta elastičnosti opruge $k=50 \text{ N/m}$,

period titranja $T=0,47 \text{ s}$

Zadatak:

Izmjeriti broj titranja do zaustavljanja za početne amplitude do $1,5 \text{ cm}$ do 4 cm po $0,5 \text{ cm}$ i izračunati vrijeme zaustavljanja.

Iz primjera:

Tablica 1. Ovisnost broja titraja do zaustavljanja i vrijeme zaustavljanja za različite početne amplitude.

so/cm	N	t_z /s
1,5	13,0	6,1
2	18,7	8,8
2,5	22,9	10,7
3	26,7	12,6
3,5	30,1	14,2
4	33,7	15,9

Ako ima dovoljno raspoloživog vremena dobro je ponoviti za svaku amplitudu više mjerenja jer broj titraja do zaustavljanja za istu amplitudu neće uvijek biti isti. Iz dobivenih podataka potrebno je izračunati srednju vrijednost, a može se sprovesti i račun pogreške. U primjeru, za svaku amplitudu načinjeno je sedam mjerenja.

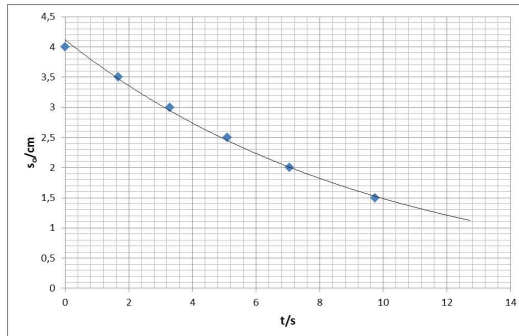
Tablica 1 prikazuje ovisnost broja titraja N do zaustavljanja i vrijeme zaustavljanja t_z za različite početne amplitude s_0 . Ako ima dovoljno vremena može se nacrtati na milimetarskom papiru odnos između početne amplitude i vremena zaustavljanja.

-*Kako iz dobivenih podataka naći smanjenje amplitude s vremenom?*

Ako uteg počinje titrati s amplitudom 4 cm nakon nekog vremena amplituda će se smanjiti na 3,5 cm. Vrijeme od te amplitude do zaustavljanja isto je kao i vrijeme zaustavljanja kada tijelo pustimo titrati s početnom amplitudom 3,5 cm. Vrijeme za koje će amplituda biti 3,5 cm dobit ćemo tako da od vremena zaustavljanja s amplitudom 4 cm oduzmemo vrijeme zaustavljanja s amplitudom 3,5 cm. Tako možemo dobiti i vrijeme kada će uteg početi titrati s drugim amplitudama.

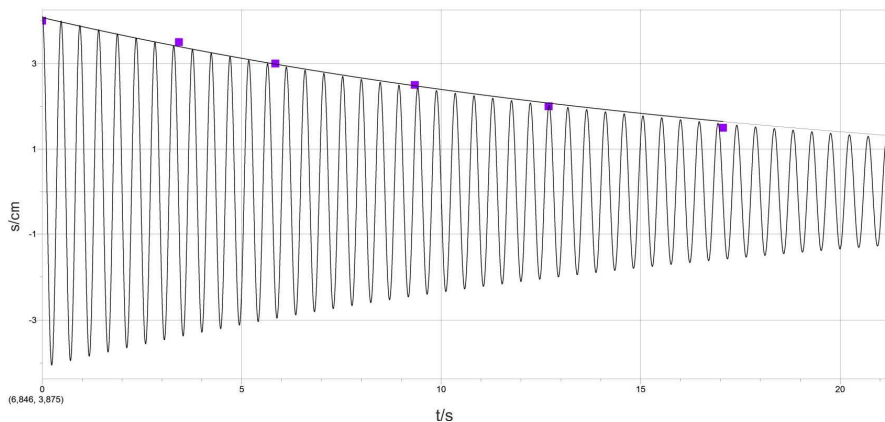
Tablica 2. Smanjenje amplitude s vremenom.

s_0/cm	t/s
4	0,0
3,5	1,7
3	3,3
2,5	5,1
2	7,1
1,5	9,7



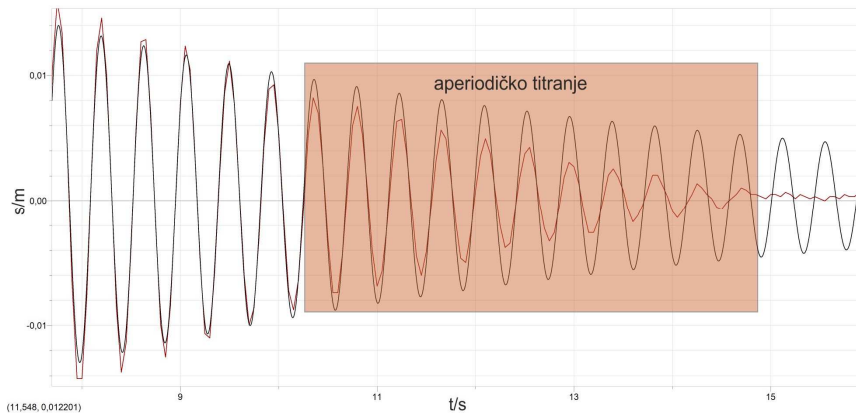
Slika 3. Ovisnost amplitude titranja o vremenu.

Tablica 2. prikazuje smanjenje amplitude s_0 s vremenom t . Na milimetarskom papiru treba nacrtati ovisnost amplitude titranja o vremenu i nacrtati krivulju koja najbolje prolazi između točaka (Slika 3.). Krivulja prikazana na slici zove se anvelopa prigušenog titranja i prikazuje promjenu amplitude titranja u vremenu. Može se nacrtati i donja anvelopa i između njih nacrtati promjena elongacije s vremenom kako je to prikazano na Slici 4 .



Slika 1. Promjenu elongacije s vremenom kod prigušenog titranja.

- Zašto mjerenja ne počinju s početnom amplitudom 1 i 0,5 cm?



Slika 2. prikazuje teorijsko smanjenje amplitude (crno) i eksperimentalno (smeđe) u vremenu

Slika 5 prikazuje teorijsko smanjenje amplitude (crno) i eksperimentalno (smeđe) u vremenu. Vidi se da nakon amplitude od 1 cm dolazi od naglog smanjenja amplitude i do aperiodičkog titranja. Na kraju dolazi do kritičnog prigušenja i prestanka titranja.

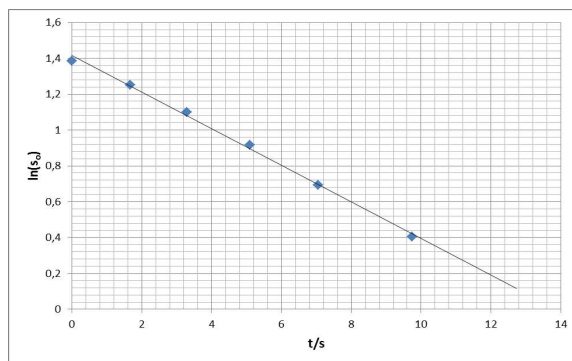
KOEFICIJENT PRIGUŠENJA

- *Kojom funkcijom bi mogli opisati krivulju anvelope na Slici 3.*

Za analizu mjerenja često je potrebno dobiti linearnu ovisnost između nekih veličina. To se često može dobiti logaritmiranjem.

Tablica 3. Ovisnost logaritma smanjenja amplitude o vremenu.

t/s	$\ln(s_0)$
0,0	0,41
1,7	0,69
3,3	0,92
5,1	1,10
7,1	1,25
9,7	1,39



Slika 6. Grafikon ovisnosti logaritma smanjenja amplitude s vremenom.

Tablica 3 prikazuje ovisnost logaritma amplitude kod prigušenog titranja $\ln(s_0)$ o vremenu t . Slika 6 prikazuje grafičku ovisnost logaritma amplitude kod prigušenog titranja o vremenu.

Jednadžbu pravca možemo napisati kao:

$$\ln(s_0) = at + b \tag{5}$$

Konstantu a možemo izračunati iz pravca

$$a = \frac{\ln(s_o)_2 - \ln(s_o)_1}{t_2 - t_1}, \quad (6)$$

tako da izaberemo neko vrijeme t_1 i očitamo vrijednost $\ln(s_o)_1$ iz grafa. Isto napravimo za neko drugo vrijeme t_2 i očitamo vrijednost $\ln(s_o)_2$. primjerice: $t_1=4s$, $\ln(s_o)_1=1$; $t_2=8s$, $\ln(s_o)_2=0,6$.

$$a = -0,1s^{-1} \quad (7)$$

Antilogaritmiranjem izraza (5) dobijemo:

$$s_o = e^{at+b} = e^b e^{at} = A e^{-\beta t} \quad (8)$$

gdje je A početna amplituda titranja, β je koeficijent prigušenja.

$$\beta = -a \quad (9)$$

$$\beta = 0,1s^{-1} \quad (10)$$

Promjenu elongacije s vremenom možemo napisati kao:

$$s = A e^{-\beta t} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_o\right) \quad (11)$$

φ_o je početni fazni kut titranja i ako smo pustili uteg da titra od donje amplitude onda je $\varphi_o=3\pi/2$. U našem primjeru je

$$s = 4cm \cdot e^{-0,1t} \sin\left(\frac{2\pi}{0,47s}t + \frac{3}{2}\pi\right). \quad (12)$$

Zadaci za učenike:

- opisati i nacrtati pribor za mjerenje.
- nacrtati uteg na opruzi (harmonijski oscilator) u ravnotežnom položaju, gornjoj i donjoj amplitudi i nekoj elongaciji te uz svaku sliku opisati kakva je elastična potencijalna, kinetička i ukupna energija.
- objasniti što se događa s energijom kod prigušenog titranja i zašto se amplituda smanjuje.
- opisati što je uzrok gubitku energije kod prigušenog titranja i u što se pretvara.
- izmjeriti težinu utega i produljenje opruge.
- izračunati masu utega, konstantu elastičnosti opruge i period titranja utega na dinamometru.
- opisati i objasniti ideju za mjerenja ovisnosti smanjenja amplitude s vremenom.
- opisati grafički prikaz anvelope i promjene elongacije s vremenom.

Dodatni zadaci za učenike:

- nacrtati logaritamsku ovisnost amplitude u vremenom.
- izračunati koeficijent prigušenja.
- napisati jednadžbu elongacije za svoje mjerenje.
- razmisliti kako bi mogli izračunati period titranja utega na opruzi kada bi znali samo produljenje opruge, a ne znamo težinu, masu i konstantu elastičnosti opruge?
- obraditi podatke i nacrtati grafove u nekom računalnom programu (npr. Excel)

ZAKLJUČAK

Današnja nastava fizike opterećena je mnogim faktorima koji destimulirajuće djeluju na učenike, a i na nastavnike. Jedan od njih je imperativ svladavanja gradiva u skladu s

očekivanjima postizanja dobrih rezultata na državnoj maturi. Mnogi učenici, roditelji, a i nastavnici smatraju da se to može postići favoriziranjem nastave *ex cathedra* u kojoj se preferira forsiranje gradiva iz ispite knjižice državne mature i rješavanje pripadajućih zadataka iz dobro poznatih zbirki zadataka.

Smatramo da se pri tom zanemaruje istraživački tip nastave u kojoj učenici sami traže metode i postupke potrebne za rješavanje konkretnog fizikalnog problema. Kroz vlastito istraživanje učenici pronalaze jače motive za svladavanje potrebnog gradiva što rezultira kvalitetnijim i trajnijim spoznajama i razvijanjem sposobnosti za samostalno suočavanje s postavljenim problemima.

U našem radu nastojali smo predstaviti jedan primjer istraživačke nastave u kojem učenici kombiniraju već stečena znanja i sposobnosti kako bi riješili novi problem i kako bi u tom procesu usvojili nove pojmove i činjenice. Pri odabiru teme vodili smo se i idejom kako postići očekivane rezultate s priborom koji je prisutan u svakoj školi. Nadamo se da će ovaj primjer potaknuti nastavnike da primjenjuju i razvijaju teme istraživačke nastave u svom radu.

LITERATURA

1. P. Kulišić, *Fizika 3, Priručnik za treći razred strukovnih škola*, Školska knjiga, Zagreb 1993.
2. N. Cindro, *Fizika 1, mehanika – valovi - toplina*, Školska knjiga, Zagreb 1980.
3. C. Kittel, W. D. Knight, M. A. Ruderman, *Mehanika – 1. svezak, Udžbenik fizike sveučilišta u Berkeleyu*, Tehnička knjiga, Zagreb 1982.