

## Kako u nastavi pristupiti interpretaciji modela i teorija fizike

Marko Grba

*Alfa, Nova ves 23, 10000 Zagreb*

Sažetak. U suvremenom kurikulumu fizike i dalje je nedovoljno pozornosti dano modeliranju, a onda i interpretaciji modela, odnosno teorije, kao slike stvarnosti kako ju vidi fizika u nekom stadiju svog razvoja. Osobito je zahtjevno interpretirati modele i teorije moderne fizike gdje valja razvijati poseban pristup koji podrazumijeva ne samo znanje ili spremnost u primjeni znanja, nego i stanovitu intuiciju o prirodi kako ju opisuje fizika. Modele je vrlo primamljivo interpretirati jednostavno kao uspoređivanje vrijednosti, onih koje pretskazuje model s izmjerenima, ali je li to dovoljno pa da se spozna zbilja?! Autor tvrdi da je taj stav, iskazan notornim uzvikom koji se obično pripisuje Diracu: *Shut up and calculate!*, doista tek najprimitivniji oblik modeliranja u fizici i nikako ne bi smio biti predstavljan kao najbolji ili jedini. To je tek oblik filozofije pozitivizma koja tvrdi da u znanosti smisla ima tek mjereno i kvantificirano, i da ponad tog uskog okvira nema znanosti. Cilj je primjerima interpretacija nekih elemenata kvantne teorije kako ju nalazimo u kurikulumu razotkriti pravi domet moderne fizike.

**Ključne riječi:** modeli, kvantna teorija, interpretacija, pozitivizam

### UVOD

Dok je teorija relativnosti (prije svega specijalna, ali i opća) prilično sigurno i valjano fizički, i teorijski i eksperimentalno, utemeljena još u najranijim radovima, prije svih, Einsteina, čemu valja pridodati i činjenicu postojanja više nego dovoljnih razloga za jednu (ili dvije) takvu teoriju – rekli bismo da postoji i filozofsko opravdanje teorije – što sve u konačnici čini teoriju teorijom (kriteriji su dakle višestruki i strogi), nije razvidno da je slično s kvantnom teorijom. Dakako, obje su teorije logičko-matematički besprijekorne. Ali tu leži opasnost, potencijalni razlog za sljedeći previd. Iz činjenice savršene matematičke konstrukcije nekog teorijskog sklopa (modela), ne slijedi nužno da posjedujemo odmah i gotovu teoriju, teoriju prema općenitim zahtjevima, kojima bi morala udovoljiti svaka fundamentalna teorija, kojima udovoljava, primjerice, specijalna teorija relativnosti. Notorna je matematička činjenica da se nekoj, bilo kojoj, matematičkoj strukturi može naći ekvivalentna (izomorfna), ali koja barata s posve različitim objektima, te kao takva može imati i drugačije značenje, ukoliko će ga uopće imati. I doista je tako s kvantnom teorijom. Postoji, barem, devet [1] različitih matematičkih formulacija<sup>1</sup> (npr. valni formalizam, matrični, Diracov, Feynmanov, Wignerov...). Različiti formalizmi uvode različite elemente od kojih polaze u izgradnji teorije, postavlja se pitanje koji je formalizam, tj. čiji su elementi, najbliži onima zbiljskim, *elementima fizičke zbilje*, kako bi rekao Einstein? E, a upravo je to ključno pitanje na koje svaka fundamentalna teorija treba pokušati odgovoriti. To bi trebalo biti i središnje pitanje kada se pristupi interpretiranju neke teorijske konstrukcije, no tomu nije uvijek bilo tako u slučaju velike debate o značenju kvantne teorije koja evo već traje stotinu godina.

---

<sup>1</sup> NB: pojam *formulacija* općenito se u literaturi koristi kao drugačiji od pojma *interpretacija*, gdje se pod prethodnim misli isključivo matematička struktura teorije, dok potonji obuhvaća njeno tumačenje. Kvantna teorija usto što ima devet formulacija, ima i više od deset interpretacija. Više u [1 - 3].

## STRUKTURA I PROBLEM ZNAČENJA KVANTNE TEORIJE

Fizička teorija obilježena je vlastitom matematičkom strukturom, formalnim jezikom kojim je opisana. Najčešće ipak taj *biljeg* nije odveć velika smetnja pri tumačenju osnovne poruke teorije, odgonetanju njenog značenja. Tomu je tako bilo u fizici sve do pojave kvantne teorije koja je isprva bila otkrivena u matričnom, a ubrzo i formalizmu parcijalnih diferencijalnih jednačbi, da bi napokon bila ukalupljena u opći formalni jezik Hilbertovih prostora, čije su prethodno spomenute formalizacije tek službene reprezentacije (dakle su ekvivalentne). No, već odgonetnuti značenje teorije u obliku kako ju je postavio Schrödinger nije išlo lako, premda je njegov jezik bio otprije poznat fizičarima, i kao takav najbliži. Tomu je ponajprije uzrok (kao što će biti detaljno raspravljeno u narednom odjeljku) nepojmljiva priroda materije u mikroskopskim razdaljinama. Radi li se tu o česticama, ako da, otkuda interferencijski obrazac u pokusima poput onoga s dvije rupice, ako se pak ne radi o česticama, kako objasniti činjenicu da naši detektori uvijek *pokažu* česticu? Taj problem barem prividno dvojne prirode materije opsjedat će teoriju od njenog utemeljenja, a, kako ćemo vidjeti, do dana današnjeg nije razriješeno pitanje temeljnih elemenata zbilje koju, pretpostavka je, posredno ili neposredno opisuje kvantna teorija. Slijedi analiza pokušaja interpretiranja nekih od osnovnih postulata i pokusa kvantne teorije.

**A) Načelo superpozicije.** Jednačbe kvantne teorije su iznimka u fizici. Zašto? Razlog je što su isključivo linearne, gdje je nelinearnost u fizici već postalo opće mjesto, sve do pojave kvantne teorije. Posljedica te linearnosti (i homogenosti) jest i načelo superpozicije. Naime, činjenica jest da kvantni sustav uobičajeno nije u jednom od stanja koja nazivamo vlastitim stanjima, koja dakle predstavljaju rješenja valne jednačbe uz prikladne rubne uvjete. Mi zapravo ne bismo znali reći u kakvom je stanju *točno* nepromatrani sustav, no iz činjenice da je zbroj rješenja valne jednačbe i opet njeno rješenje, te da je pri proračunima rezultata eksperimenata nužno uzeti u obzir i takva – superponirana – rješenja, kao što bez njih ne možemo valjano niti protumačiti iste rezultate, izlazi da stanje neporemećene evolucije sustava (kako se to uobičajilo govoriti) opisujemo superpozicijom stanja, s tim da takvih reprezentacija jedne te iste valne funkcije ima više. Tako govorimo o koordinatnoj, impulsnoj, itd. reprezentaciji. Pretpostavka je bila Diraca i Jordana u njihovoj transformacijskoj teoriji da su sve reprezentacije ekvivalentne i matematički i fizički (to danas nije uvijek podržavano<sup>2</sup>). Dirac [5] je generalizirajući rezultate nekih eksperimenata (poput onih sudara čestica, o čemu će još biti riječi) izrekao **princip superpozicije** kao temeljni princip kvantne teorije: Ako se kvantni sustav može naći u stanju  $\psi_1$  kao i u stanju  $\psi_2$ , tada ga možemo opisati i valnom funkcijom koja je linearna kombinacija prethodnih dvaju tj. kao

$$\psi = a_1 \psi_1 + a_2 \psi_2, \quad (1)$$

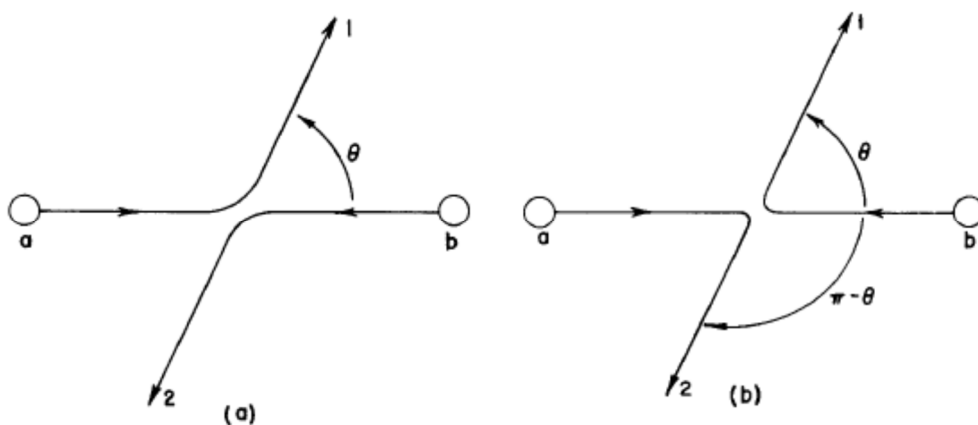
gdje su  $a$ -ovi kompleksni brojevi.

Načelo superpozicije (koje se broji među standardno okupljene tzv. postulate teorije) na prvi se pogled nameće kao isključivo matematičko, i tome bi doista bilo tako da nije činjenica da ishod svakog mjerenja na kvantnim sustavima ovisi o superponiranju amplituda (kako se još zna reći). Ta promjena od matematičke nužnosti na temeljni fizički princip je ponekad prilično drastična metamorfoza. Pogledajmo stvar поближе na primjeru sudara identičnih čestica (Slika 1.). Dvije čestice iste vrste, ukoliko nisu klasične čestice, dakle ukoliko su dovoljno male, ne možemo nikakvim sredstvima razlučiti, premda su dvije, a ne jedna. Što će reći, ne postoji način da ih razlikujemo, zašto? Pa stoga što je nemoguće neometano (Heisnebergovo načelo neodređenosti!) slijediti u stopu pojedinu česticu te joj, utvrdivši putanju, odrediti i identitet.

<sup>2</sup> Primjerice, David Bohm pripisuje u svojoj interpretaciji zbiljnost jedino koordinatnoj reprezentaciji [4].

Zapravo, događa se da, ukoliko neometane, čestice mogu međusobno izmjenjivati svoje pretpostavljene putanje, točnije postoji vjerojatnost da se čestica – bilo koja – nađe na bilo kojem mjestu, a koje bismo, kada bi se radilo o klasičnim česticama, rezervirali unaprijed za isključivo jednu iz para. Činjenica da čestici ne možemo odrediti identitet nerazdvojivo je povezana s načelom superpozicije amplituda vjerojatnosti (valnih funkcija) kojima su čestice opisane, u slučaju identičnih čestica radi se o jednom te istom.

**B) Bornova vjerojatnost.** Max je Born prvi predložio ono što će postati statističkim tumačenjem kvantne teorije, njenih osnovnih elemenata. Na zamisao da protumači kvadrat (točnije modul) kompleksne valne funkcije kao mjeru statističke vjerojatnosti za nalaženje čestice na nekom mjestu u prostoru, nadošao je analizirajući [6] procese sudara čestica općenito, a imajući na umu da je Einstein na sličan način protumačio intenzitet svjetlosti kao mjeru učestalosti pojave fotona u nekom prostornom elementu. Za svaku valnu funkciju  $\psi$ , njen je kvadrat modula dan s  $\psi \psi^*$ . Ta veličina – tzv. gustoća vjerojatnosti – integrirana u odgovarajućem prostoru daje vjerojatnost nalaženja čestice u tom prostoru. Integral po cijelom prostoru mora biti jednak jedinici (čestica se mora *negdje* moći naći).



**Slika 1.** U slučaju identičnih čestica dva različita procesa raspršenja, kao na slici, su nerazlučiva [7].

**C) de Broglieva relacija.** de Brogliejeva relacija jednostavno povezuje količinu gibanja pridruženu kvantnom objektu, *čestici*, s odgovarajućom valnom duljinom koja tom objektu također pripada. Iskazano matematički:

$$p = \frac{h}{\lambda}, \quad (2)$$

gdje je  $h$  Planckova konstanta, najmanji kvantum djelovanja,  $p$  količina gibanja, a  $\lambda$  valna duljina. De Broglie je nadošao na ideju potaknut Einsteinovim prijedlogom kvanata elektromagnetskog zračenja, fotona. Zašto ne bi vrijedilo, simetrično, i da postoje valovi tvari? Doista de Broglie je vjerovao u takve materijalne valove, kako je rečeno, a pokušao je i izgraditi interpretaciju formalizma pomoću istih. Međutim su fizičari, barem velika većina, brzo odustali od de Broglievih valova, zabrinuti iz više razloga u pogledu njihove egzistencije, među ostalim, takvi valovi predstavljeni su kompleksnom valnom funkcijom, a kreću se ne u tro- ili četverodimenzijском prostoru, kao što bi se očekivalo, već u višedimenzijском konfiguracijskom prostoru, čija dimenzionalnost ovisi o broju čestica-valova koje promatramo. Takvo što je očita apstrakcija te se teško može opravdati kao fizička stvarnost. Razumnije je odustati od valova kao stvarno postojećih. Činjenica jest, međutim, da su rješenja

Schrödingerove jednadžbe – jednadžbe koju je Schrödinger postavio za pretpostavljene de Broglijeve valove – u pravilu kompleksne funkcije, u prostornoj i vremenskoj koordinati, dakle parovi realnih funkcija.

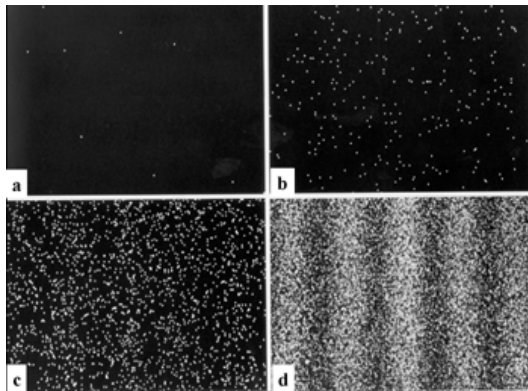
**D) Pokus s dvije rupice** [2, 3, 7]. Postavi li se zid s dvije pukotine (dimenzije kojih su usporedive s valnom duljinom propuštane svjetlosti) nasuprot izvoru svjetlosti, na (fluorescentnom) zastoru iza zida opažaju se pruge interferencijskog obrasca. Slično se opaža i ako umjesto svjetlosti kroza pukotine u zidu propuštamo elektrone ili neutrone, ili kakve druge čestice. Umjesto očekivane Gaussove raspodjele, tipične u slučaju identičnoga eksperimentalnog postava za klasične čestice, npr. tanad, dobivamo novu distribuciju – interferencijski obrazac! To će reći da postoje mjesta na zastoru gdje je broj čestica, koje su se na tim mjestima zaustavile, i veći od ukupnog broja čestica koje bi prošle kroz prvu pukotinu, kada bi druga bila zatvorena, zbrojenog s ukupnim brojem istih čestica u slučaju da je druga pukotina otvorena, a prva zatvorena. I, možda i neobičnije, postoje mjesta na zastoru gdje praktično niti jedna čestica nije udarila, što bismo kod istog obrasca za slučaj valova na vodi – ili svjetlosti – protumačili kao poništavanje amplitude poradi destruktivne interferencije. Za valove je to uobičajena pojava, ali za čestice – barem one klasične – očekuje se kontinuirana raspodjela intenziteta (broja čestica, što bi odgovaralo i vjerojatnosti nalaženja čestice na određenom mjestu) i uvijek veća od nule! (Slika 2.) Kada su osnivači kvantne fizike razmišljali o pokusu s dvije rupice, nisu mogli a ne zaključiti da je i u slučaju, primjerice, elektrona, kao i u slučaju svjetlosti, na djelu neko valno gibanje, dakle bi i elektron posjedovao određenu, kako se ubrzo uobičajilo govoriti, valnu narav. Međutim su ubrzo shvatili da se tu ne radi o realnom valu u zbiljskom prostor-vremenu koji bi nosio impuls i energiju! Elektron je naprosto nešto treće – objekt treće vrste – koji se pri određenim uvjetima ponaša kao čestica (pri sudaru s atomima fotografske emulzije, npr.), dok se pri drugima ponaša kao što bi bilo za očekivati od klasičnog vala (dok prolazi kroz dvije pukotine u zidu navedenog postava). No, nakon pomnijeg razmatranja problema, nameću se mnoga i važna pitanja, na koja ni danas nema posve uvjerljivih odgovora.

Kada se intenzitet svjetlosti umanji tako da odgovara pojedinačnim fotonima koji se, jedan po jedan, kreću kroz postav Youngovog pokusa, ne dobiva se, kako bi se očekivalo prema klasičnoj elektrodinamici, i dalje interferencijski obrazac, neovisno o veličini intenziteta svjetlosti, već suprotno, fotografsku ploču osvjetljuju, jedan za drugim sićušni bljeskovi, koji odgovaraju točkicama zabilježenima na ploči. Nakon nekog vremena, točkice se počinju slagati u pravilan obrazac svjetlih i tamnih pruga – u interferencijski obrazac, koji nakon što su prošli desetci i stotine tisuća fotona poprima izgled praktički neprekidno svijetlih traka s tamnim međupodručjima. Iz svega se daje zaključiti kako interferencijski obrazac ne postoji, ne kao takav, nedjeljiv, kao cjelina svijetlih i tamnih pruga, već je to konstrukcija koja nastaje kada dovoljan broj čestica svjetlosti prođe kroz postav eksperimenta da bi se nakupile u stanovitom uzorku na fotografskoj ploči, ili, što je jednako vrijedno, kada odjednom propustimo svjetlost dovoljno velikog intenziteta (gdje intenzitet očito odgovara broju fotona određene energije). Što još ovdje valja reći, jest da su (ne)prilike s valovima druge vrste, tj. različitima od onih svjetlosnih, a koji bi odgovarali pojedinačnim kvantnim objektima, poput elektrona, neutrona i dr., još izraženije.

## PROBLEM INTERPRETACIJE

Postavljanje modela svakako je jedan od osnovnih zadataka fizike, još od vremena Newtona, i premda se kroz neko, pa i dugo, vrijeme moglo učiniti da je tim ciljem dan i obzor fizičarima u njihovim nastojanjima, nakon pojave Einsteinove relativnosti trebalo je postati jasnije da su se stvari iz temelja promijenile, i da je konačno postalo moguće razmišljati o stvaranju teorije, ne više samo modela, već prave fizičke teorije kao modela koji sadrži temeljne

aksiome te koji postulira entitete za koje ima razloga vjerovati da su isti s elementima fizičke zbilje (primjer bi bio Einsteinova teorija relativnosti kao nešto više od običnog numeričkog modela).



SLIKA 2. Prikaz postupne izgradnje interferencijskoga obrasca za, redom, 8, 270, 2000 i 60 000 elektrona. (A. Tonomura *et al.* [8])

Slijedi da se ne možemo zadovoljiti s pukim modeliranjem, postavljanjem matematičkih shema, ali niti s čisto epistemološkim tumačenjem, dakle onim koje u suštini ne istražuje zbilju, već nastupa tek kao usustavljeni prikaz našeg znanja o zbilji. Ne, nama to nije dovoljno, mi se ovdje zalažemo za ontološko tumačenje kvantne fizike, zahtijevamo ispred interpretacije da bude ontološka, ukoliko bi htjela da ju prihvatimo kao pravu. Naravno, kako elementi ontologije uvijek idu i ponad elemenata zbilje kakvi se otkrivaju u pokusima – dakle nisu čisto fizički, već i meta-fizički – postavlja se pitanje kako se odlučiti, kako izabrati prave (ili pravije) elemente ontologije? Ipak i u našim intuicijama valja nam se voditi nekim *zdravim metafizičkim kriterijem*, primjerice Occamovom britvom, ne uvoditi nove elemente zbilje, a bez stvarne potrebe. Interpretacije koje su danas na raspolaganju nikako se ne bi mogle gledati kao ravnopravne, evo primjerice, tzv. kopenhagensko tumačenje, kako ga je dao Bohr, primjer je epistemološkog tumačenja, dok je Bohmova interpretacija ontološka. Mnoge od interpretacija, koje ovdje nećemo razmatrati, bave se praktički isključivo pitanjem kolapsa valne funkcije, i kao takve jedva da i zaslužuju naziv interpretacija, s obzirom da se bave jednim – dakako značajnim – problemom kvantne ontologije.

## ZAKLJUČAK: KAKO POUČAVATI KVANTNU TEORIJU U ŠKOLI

Premda se od kvantne teorije relativno malo uči na srednjoškolskoj razini, za što postoje i valjani razlozi matematičke zahtjevnosti teorije ali i konceptata koji podrazumijevaju radikalno drugačiji način razmišljanja od onog koji bi nalagao zdrav razum (značenje superpozicije, valne funkcije ili orbitala i sl.), ipak od nekih pojmova, kao i opisa nekih od ključnih pokusa, ne treba nikako odustajati. Primjeri su dani gore. Autor je mišljenja da su pojmovi kvantne teorije, kao osnove fizike i cijele znanosti, predragocjeni a da bi se čekalo s njihovim uvođenjem do druge ili treće godine studija i to fizike ili kemije (obzirom da kvantna teorija i ne ulazi bitno u kurikulum drugih studija). Ukoliko nastavnik dovoljno dobro poznaje osnove kvantne teorije kao i njen razvoj te postupno uvodi svoje učenike pomno odabranim pokusima i primjerima (koji mogu biti i simulacije ili tek diskusije rezultata, obzirom da je takve pokuse u našim uvjetima većinom teško izvesti), autorovo je iskustvo iz nastave u nas kao i u engleskim školama da nema razloga zašto učenici ne bi izvukli vrlo veliku korist u smislu razumijevanja kako

moderne fizike tako i ostatka fizike, kao i za nastavak studija temeljnih ali i primijenjenih znanosti i tehnike.

## LITERATURA

1. D. F. Styer *et al.*, *Am. J. Phys.* (2002.) **70** 288-297.
2. M. Grba, *Fizika nakon čuda 1905.: Nove teorije, neočekivani obrati i fantastični eksperimenti moderne fizike*, Alfa, Zagreb, 2016.
3. M. Grba, *Problem tumačenja kvantne mehanike*, Diplomski rad, PMF, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 2009.
4. Bohm D., Hiley B. J., *The Undivided Universe. An Ontological Interpretation of Quantum Theory*, Routledge, London-New York, 2002.
5. P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, 4. izd., Oxford University Press, Oxford, 1967.
6. M. Born, *Z. Phys.* (1926.) **37** 863-867.
7. R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1966., III.
8. A. Tonomura *et al.*, *Am. J. Phys.* (1989.) **57** 117-120.